

PRÉPAS SCIENTIFIQUES

PC/PC\*

CONFORME AU  
NOUVEAU  
PROGRAMME

Pierre Jamonneau • Mehdi Nehmé

# Physique

TOUT-EN-UN

COURS • MÉTHODES • ENTRAÎNEMENTS ET SUJETS • CORRIGÉS



**Tout le cours avec :**

- Les objectifs-clés du programme
- Les connaissances indispensables à maîtriser
- Les démonstrations et exemples incontournables



**Entraînement complet avec :**

- Des vrai/faux
- Des exercices d'application
- Des exercices d'approfondissement
- Des exercices expérimentaux
- Des sujets de concours



**Des outils pour réviser :**

- Les synthèses des notions
- Toutes les méthodes pas à pas



**Tous les corrigés détaillés**



OFFERT EN LIGNE

- ▶ + de 200 **flashcards** interactives
- ▶ 20 **synthèses** à télécharger
- ▶ Tous les **scripts Python** interactifs

Vuibert



PRÉPAS SCIENTIFIQUES  
**PC/PC\***

CONFORME AU  
NOUVEAU  
PROGRAMME

# Physique

TOUT-EN-UN

COURS • MÉTHODES • ENTRAÎNEMENTS ET SUJETS • CORRIGÉS

**Pierre Jamonneau** est professeur  
en classes préparatoires scientifiques  
au lycée Roosevelt à Reims.

**Mehdi Nehmé** est professeur  
en classes préparatoires scientifiques  
au lycée Montesquieu au Mans.

**Vuibert**

## RESSOURCES NUMÉRIQUES

Toutes les aides à la résolution  
des exercices à télécharger



[www.lienmini.fr/212907-PC-1](http://www.lienmini.fr/212907-PC-1)

Retrouvez notre collection  
complète ici :



**ISBN : 978-2-311-21290-7**

La loi du 11 mars 1957 n'autorisant aux termes des alinéas 2 et 3 de l'article 41, d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale, ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite » (alinéa 1<sup>er</sup> de l'article 40). Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles 425 et suivants du Code pénal. Le « photocopillage », c'est l'usage abusif et collectif de la photocopie sans autorisation des auteurs et des éditeurs. Largement répandu dans les établissements d'enseignement, le « photocopillage » menace l'avenir du livre, car il met en danger son équilibre économique. Il prive les auteurs d'une juste rémunération. En dehors de l'usage privé du copiste, toute reproduction totale ou partielle de cet ouvrage est interdite. Des photocopies payantes peuvent être réalisées avec l'accord de l'éditeur. S'adresser au Centre français d'exploitation du droit de copie : 20, rue des Grands-Augustins, F-75006 Paris. Tél. : 01 44 07 47 70.

© Vuibert - juillet 2022 - 5, allée de la 2<sup>e</sup> D.B., 75015 Paris - Site Internet : <http://www.vuibert.fr>



# SOMMAIRE

## Ressources numériques

Pour accéder aux ressources numériques en ligne, retrouvez nos codes à flasher tout au long du livre :

- Flashcards d'auto-évaluation interactives
- Scripts Python
- Synthèses à télécharger

## Partie I. OPTIQUE ONDULATOIRE

### Chapitre 1. Ondes lumineuses 11

Cours, p. 12

1 ► Modèle scalaire des ondes lumineuses, p. 12 — 2 ► Interférences à deux ondes lumineuses, p. 22

Fiche de synthèse, p. 34

Exercices, p. 36

Corrigés, p. 42

### Chapitre 2. Interférométrie à division de front d'onde 61

Cours, p. 62

1 ► Trous d'Young, p. 62 — 2 ► Interférences à  $N$  ondes, p. 78

Fiche de synthèse, p. 84

Exercices, p. 86

Corrigés, p. 96

### Chapitre 3. Interférométrie à division d'amplitude 119

Cours, p. 120

1 ► Interféromètre de Michelson, p. 120 — 2 ► Interférences en lumière non monochromatique, p. 133

Fiche de synthèse, p. 143

Exercices, p. 145

Corrigés, p. 157

## Partie II. ÉLECTRONIQUE

### Chapitre 4. Électronique 177

Cours, p. 178

1 ► Oscillateur quasi-sinusoidal, p. 178 — 2 ► Acquisition numérique d'un signal, p. 184 — 3 ► Détection synchrone, p. 188

Fiche de synthèse, p. 189

Exercices, p. 190

Corrigés, p. 197

## Partie III. THERMODYNAMIQUE

### **Chapitre 5. Systèmes ouverts en régime stationnaire** **209**

Cours, p. 210

- 1** ▶ Principes de la thermodynamique industrielle, p. 210 — **2** ▶ Quelques exemples d'organes, p. 216 —  
**3** ▶ Utilisation de diagrammes thermodynamiques, p. 218

Fiche de synthèse, p. 233

Exercices, p. 235

Corrigés, p. 250

### **Chapitre 6. Diffusion de particules** **273**

Cours, p. 274

- 1** ▶ Étude de la diffusion de particules, p. 274 — **2** ▶ Équation de la diffusion de particules, p. 282 —  
**3** ▶ Exemple en régime stationnaire, p. 287

Fiche de synthèse, p. 293

Exercices, p. 295

Corrigés, p. 305

### **Chapitre 7. Phénomènes de transfert thermique** **327**

Cours, p. 328

- 1** ▶ Étude de la diffusion thermique, p. 329 — **2** ▶ Équation de la diffusion thermique, p. 335 — **3** ▶ Étude  
du rayonnement thermique, p. 346

Fiche de synthèse, p. 353

Exercices, p. 356

Corrigés, p. 366

## Partie IV. MÉCANIQUE

### **Chapitre 8. Changements de référentiel** **393**

Cours, p. 394

- 1** ▶ Cinématique, p. 394 — **2** ▶ Dynamique dans un référentiel non galiléen, p. 401 — **3** ▶ Applica-  
tions, p. 408

Fiche de synthèse, p. 421

Exercices, p. 423

Corrigés, p. 432

### **Chapitre 9. Cinématique des fluides** **453**

Cours, p. 454

- 1** ▶ Description d'un fluide en écoulement, p. 454 — **2** ▶ Équation locale de conservation de la masse, p. 462 —  
**3** ▶ Écoulements irrotationnels, p. 467

Fiche de synthèse, p. 472

Exercices, p. 473

Corrigés, p. 476

**Chapitre 10. Dynamique des fluides 485**

Cours, p. 486

1 ► Actions de contact dans un fluide en mouvement, p. 486 — 2 ► Équations dynamiques locales, p. 492 —  
 3 ► Bilans macroscopiques, p. 503

Fiche de synthèse, p. 509

Exercices, p. 511

Corrigés, p. 522

**Partie V. ÉLECTROMAGNÉTISME****Chapitre 11. Sources du champ électromagnétique 559**

Cours, p. 560

1 ► Charges et courants de charges, p. 560 — 2 ► Conductivité d'un métal, p. 567 — 3 ► Approche  
 descriptive de l'effet Hall, p. 572 — 4 ► Équations de Maxwell, p. 574

Fiche de synthèse, p. 577

Exercices, p. 579

Corrigés, p. 580

**Chapitre 12. Électrostatique 582**

Cours, p. 584

1 ► De la loi de Coulomb au champ électrostatique, p. 584 — 2 ► Propriétés de symétrie des sources, p. 588 —  
 3 ► Théorème de Gauss, p. 592 — 4 ► Analyse des cartes de champ électrostatique, p. 596 — 5 ► Appli-  
 cation à la chimie : interactions entre molécules, p. 600 — 6 ► Condensateur plan, p. 609 — 7 ► Noyau  
 atomique, p. 613

Fiche de synthèse, p. 615

Exercices, p. 618

Corrigés, p. 631

**Chapitre 13. Magnétostatique 653**

Cours, p. 654

1 ► Forme intégrale des équations de Maxwell, p. 654 — 2 ► Propriétés de symétrie, p. 656 — 3 ► Analyse  
 des cartes de champ magnétostatique, p. 660 — 4 ► Quelques distributions courantes, p. 663 — 5 ► Dipôle  
 magnétostatique, p. 669

Fiche de synthèse, p. 676

Exercices, p. 678

Corrigés, p. 688

**Chapitre 14. Équations de Maxwell 715**

Cours, p. 716

1 ► Forme intégrale des équations de Maxwell, p. 716 — 2 ► Énergie électromagnétique, p. 721 — 3 ►élec-  
 tromagnétisme dans l'ARQS, p. 723

Fiche de synthèse, p. 728

Exercices, p. 730

Corrigés, p. 739

## Partie VI. PHYSIQUE DES ONDES

### **Chapitre 15. Équation de d'Alembert unidimensionnelle** **764**

Cours, p. 766

**1** ▶ Description de phénomènes ondulatoires : équation d'onde, p. 766 — **2** ▶ Solutions de l'équation de d'Alembert, p. 773 — **3** ▶ Application au mouvement d'une corde vibrante, p. 777

Fiche de synthèse, p. 781

Exercices, p. 784

Corrigés, p. 791

### **Chapitre 16. Ondes acoustiques dans les fluides** **805**

Cours, p. 806

**1** ▶ Mise en équation des ondes acoustiques, p. 806 — **2** ▶ Ondes planes progressives harmoniques, p. 812 — **3** ▶ Aspects énergétiques, p. 814 — **4** ▶ Réflexion et transmission à une interface, p. 821

Fiche de synthèse, p. 825

Exercices, p. 827

Corrigés, p. 834

### **Chapitre 17. Ondes électromagnétiques dans le vide** **847**

Cours, p. 848

**1** ▶ Équations de propagation des ondes électromagnétiques dans le vide, p. 848 — **2** ▶ Ondes électromagnétiques planes progressives harmoniques dans le vide, p. 850 — **3** ▶ Aspects énergétiques, p. 854 — **4** ▶ Polarisation des ondes électromagnétiques dans le vide, p. 859 — **5** ▶ Étude expérimentale : synthèse et analyse d'une lumière totalement polarisée, p. 863

Fiche de synthèse, p. 871

Exercices, p. 873

Corrigés, p. 882

### **Chapitre 18. Phénomènes de propagation linéaires unidimensionnels** **903**

Cours, p. 904

**1** ▶ Dispersion et absorption, p. 904 — **2** ▶ Ondes électromagnétiques dans les milieux matériels, p. 914 — **3** ▶ Interface entre deux milieux, p. 928

Fiche de synthèse, p. 935

Exercices, p. 937

Corrigés, p. 946

### **Chapitre 19. Introduction à la physique du laser** **971**

Cours, p. 972

**1** ▶ Interaction matière/rayonnement, p. 972 — **2** ▶ Faisceaux lasers gaussiens, p. 978

Fiche de synthèse, p. 984

Exercices, p. 986

Corrigés, p. 995

**Chapitre 20. Mécanique quantique** **1011**

Cours, p. 1012

**1** ▶ Description ondulatoire d'une particule massive, p. 1012 — **2** ▶ Marche et barrière de potentiel : effet tunnel, p. 1022 — **3** ▶ Puits de potentiel rectangulaire : quantification de l'énergie, p. 1028

Fiche de synthèse, p. 1035

Exercices, p. 1037

Corrigés, p. 1048

**Partie VII. ANNEXES****Annexe A. Analyse de Fourier** **1072****1** ▶ Signal sinusoïdal, p. 1072 — **2** ▶ Décomposition d'un signal périodique, p. 1072 — **3** ▶ Décomposition d'un signal non périodique, p. 1074**Annexe B. Analyse vectorielle** **1077****1** ▶ Opérateurs du premier ordre, p. 1077 — **2** ▶ Opérateurs du deuxième ordre, p. 1084**Index** **1086**

## MODE D'EMPLOI

Cet ouvrage a été conçu comme un **outil de révisions** pratique et agréable pour l'élève. Des rubriques, agrémentées de **pictogrammes**, permettent une lecture non linéaire et des **points de repères** visuels.



### À retenir

Pour réviser et maîtriser les notions et les définitions essentielles du programme. Elles sont à connaître par cœur.



### Conseils méthodologiques

Pour acquérir les bons réflexes et éviter les pièges.



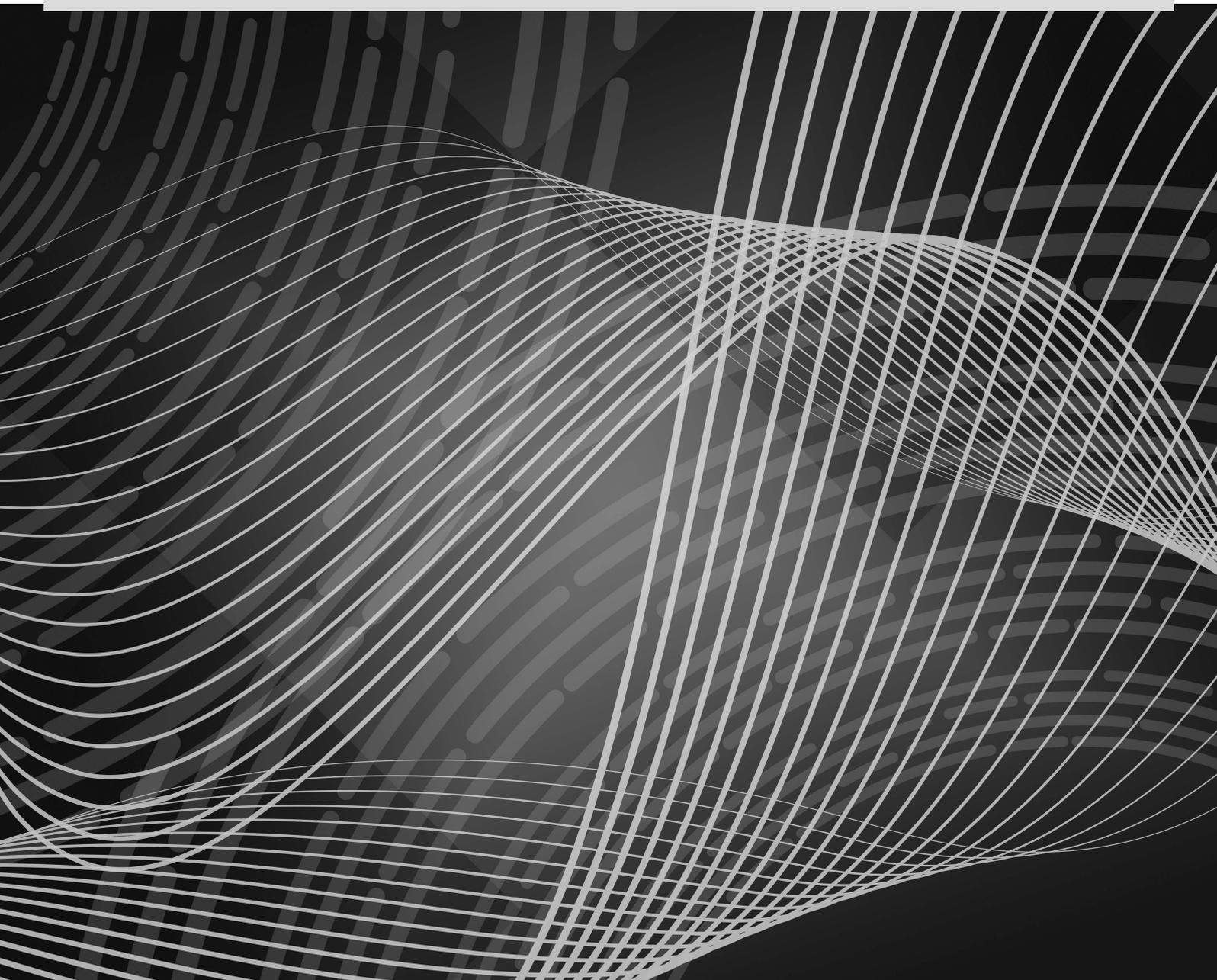
### Attention !

Pour mettre en avant les points de vigilance.

D'autres rubriques, **Théorème, Proposition, Démonstration, Remarque, Exemple, etc.** viennent enrichir les cours et permettent une meilleure appropriation des contenus.

**Partie 1**

# **OPTIQUE ONDULATOIRE**



## Introduction à la partie

L'étude de l'optique ondulatoire, qui fait l'objet des trois chapitres de cette partie, s'inscrit dans la continuité de la description des ondes et signaux abordée dans le cours de PCSI. Au cours de la première année, la propagation de la lumière a été traitée en considérant des rayons lumineux dans l'approximation de l'optique géométrique. Les hypothèses de l'optique géométrique sont telles que les phénomènes liés au caractère ondulatoire de la lumière sont mis de côté. Le but de cette partie est donc d'aller au-delà de l'optique géométrique et de décrire de manière quantitative les phénomènes d'interférences lumineuses associés au caractère ondulatoire de la lumière.

Le chapitre 1 apporte les éléments de description d'une onde lumineuse en termes de champ scalaire. La superposition de plusieurs ondes modélisées par des champs scalaires donne naissance au phénomène d'interférences. Le chapitre 2 est consacré à la description de deux dispositifs interférentiels, dits à « division de front d'onde », permettant d'observer des interférences à 2 ondes et à  $N$  ondes. Enfin, le chapitre 3 détaille un dispositif d'interférométrie dit à « division d'amplitude » : l'interféromètre de Michelson.

### Un peu d'histoire des sciences :



**Augustin Fresnel (1788-1827), physicien français.**

Augustin Fresnel, après avoir été diplômé de l'École polytechnique et de l'école des Ponts et Chaussées, a consacré son activité scientifique à l'étude des propriétés de la lumière et proposa notamment une explication des phénomènes optiques dans le cadre de la théorie ondulatoire de la lumière. Considéré comme le fondateur de l'optique moderne, il est l'inventeur des phares lenticulaires ou à lentilles décroissantes, qui fut un apport considérable pour la navigation.



**Thomas Young (1773-1829), physicien anglais.**

En plus de son activité de médecin, qu'il exerça toute sa vie, Young est connu pour ses nombreux travaux scientifiques qui lui valent le surnom de « génie universel ». Père de la théorie ondulatoire de la lumière et considéré comme le fondateur de l'optique physiologique, il est célèbre pour sa définition du module d'Young et son expérience sur la double fente qui porte également son nom. S'intéressant aussi à l'égyptologie, il fut le premier à déchiffrer certains hiéroglyphes et participa à l'étude de la pierre de Rosette.



**Albert Michelson (1852-1931), physicien américain.**

Professeur à l'université de Chicago, Albert Michelson est l'auteur d'expériences célèbres, il a notamment effectué de nombreuses recherches expérimentales en optique. « L'expérience de Michelson », a permis de démontrer l'inexistence d'un mouvement relatif de la Terre par rapport à l'éther. Ce résultat a constitué le point de départ à l'élaboration de la théorie de la relativité. En 1907, il devient le premier américain à recevoir le Prix Nobel de physique, qu'il obtient pour ses mesures géophysiques et astronomiques par interférométrie. Il reçoit également la même année la médaille Copley.

# CHAPITRE 1

## Ondes lumineuses

### Plan du chapitre

**Cours**, p. 12

1 ► Modèle scalaire des ondes lumineuses, p. 12

2 ► Interférences à deux ondes lumineuses, p. 22

**Fiche synthèse**, p. 34

**Exercices**, p. 36

**Corrigés**, p. 42



### Objectifs et compétences du programme

Capacités principales à maîtriser	Exercices associés
Utiliser le théorème de Malus pour exprimer le retard de phase.	Exercices 1, 3, A, C, I
Utiliser la longueur de cohérence pour qualifier la cohérence de deux ondes issues d'une source étendue spectralement. Relier la longueur de cohérence à la largeur spectrale de la source.	Exercices 2, B, I
Pour deux ondes incohérentes, utiliser et justifier l'additivité des intensités.	Exercices B, I
Pour deux ondes cohérentes, savoir établir, citer et utiliser la formule de Fresnel.	Exercices 3, A, B, C, I

RETROUVEZ ICI LES FLASHCARDS  
INTERACTIVES POUR SE TESTER

[www.lienmini.fr/212907-FLASH-1](http://www.lienmini.fr/212907-FLASH-1)



# COURS

## 1 Modèle scalaire des ondes lumineuses

### 1.1. Découpage en sources ponctuelles monochromatiques

La lumière est une onde électromagnétique. Elle est composée d'un champ électrique  $\vec{E}$  et d'un champ magnétique  $\vec{B}$ . Les évolutions spatiale et temporelle de ces champs vectoriels sont données par les équations de Maxwell qui seront détaillées dans la partie *Électromagnétisme*. Ces équations montrent que les champs électrique et magnétique sont couplés, ils s'auto-entretiennent permettant ainsi la propagation de l'onde. L'étude des équations de Maxwell permet d'aboutir à des équations de propagation pour les champs électrique et magnétique (voir chapitre 17). Il apparaît alors que les six composantes en coordonnées cartésiennes du champ électromagnétique  $(E_x, E_y, E_z, B_x, B_y, B_z)$  satisfont la même équation de propagation. Il suffit donc d'étudier l'évolution d'une unique composante scalaire du champ électromagnétique pour décrire l'onde lumineuse.



#### À retenir. Approximation scalaire

Le champ électromagnétique associé à une onde lumineuse peut être décrit par **un unique champ scalaire**  $s(M, t)$ , appelé **amplitude instantanée**.

#### Remarque

Les effets de polarisation, relatifs au caractère vectoriel du champ électromagnétique, sont absents de la description scalaire de la lumière. Si on s'y intéresse, il faut revenir à des champs vectoriels et donc aux équations de Maxwell (voir chapitre 17).

Dans la suite de l'étude de l'optique ondulatoire, la lumière est supposée se propager dans un milieu linéaire, homogène, isotrope et transparent. Dans un tel milieu, les équations de Maxwell sont des équations linéaires. Il s'ensuit que l'équation de propagation du champ scalaire  $s$  est elle aussi linéaire ce qui permet d'utiliser le principe de superposition.

#### À retenir. Principe de superposition

La linéarité de l'équation de propagation du champ scalaire  $s$  implique que **les amplitudes instantanées des ondes lumineuses sont additives**.

La description ondulatoire de la lumière et donc l'écriture de l'amplitude instantanée  $s$  nécessitent de modéliser les ondes lumineuses émises par des sources réelles. Les sources réelles telles que les lampes à incandescence ou les LEDs sont des sources étendues non monochromatiques. Il est utile de décomposer de telles sources pour se ramener à des sources plus élémentaires :

- *Source étendue* : le principe de superposition s'applique dans la description de l'onde émise par une source étendue spatialement. Cette source peut être décomposée en un ensemble de sources ponctuelles, chacune émettant une onde lumineuse d'amplitude instantanée  $s_i$ . L'amplitude instantanée totale de l'onde lumineuse en un point  $M$  à l'instant  $t$  s'écrit :

$$s(M, t) = \sum_i s_i(M, t).$$

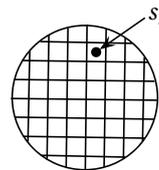


Figure 1.1. Source étendue.

- *Source non monochromatique* : l'analyse de Fourier permet de décomposer l'amplitude instantanée de l'onde lumineuse émise par une source ponctuelle  $s_i(M, t)$  comme une somme infinie, discrète si  $s_i$  est périodique et continue sinon, de signaux sinusoïdaux. Ceci équivaut à décomposer une source ponctuelle non monochromatique (étendue spectralement) en une superposition de sources ponctuelles monochromatiques. L'amplitude instantanée de l'onde lumineuse émise par une source ponctuelle monochromatique à la pulsation  $\omega_j$  s'écrit :

$$s_{i,\omega_j}(M, t) = A_j(M) \cos(\omega_j t - \varphi_{M,j}),$$

où  $\varphi_{M,j}$  est le retard de phase de l'onde au point  $M$ .

Ainsi, l'onde émise par une source étendue non monochromatique se décompose en une somme d'ondes émises par des sources ponctuelles monochromatiques. L'amplitude instantanée de l'onde émise par une source réelle s'écrit :

$$s(M, t) = \sum_i s_i(M, t) = \sum_{i,j} s_{i,\omega_j}(M, t).$$



#### Conseils méthodologiques

L'amplitude instantanée de l'onde émise par la source réelle se déduit par sommations spatiale et spectrale des ondes issues des sources ponctuelles monochromatiques la composant. Il suffit donc de s'intéresser au devenir de l'onde lumineuse émise par une unique source ponctuelle monochromatique de pulsation  $\omega$  pour en déduire par sommation le comportement de l'onde émise par la source réelle.



#### À retenir. Amplitude instantanée d'une onde monochromatique

En utilisant l'analyse de Fourier ainsi que le principe de superposition, une source réelle peut être décomposée en un ensemble de sources ponctuelles monochromatiques. Une **source ponctuelle monochromatique** à la pulsation  $\omega$  émet une onde lumineuse dont l'amplitude instantanée au point  $M$  à l'instant  $t$  s'écrit :

$$s(M, t) = A(M) \cos(\omega t - \varphi_M),$$

où  $\varphi_M$  est appelé **retard de phase** au point  $M$ .

#### Complément

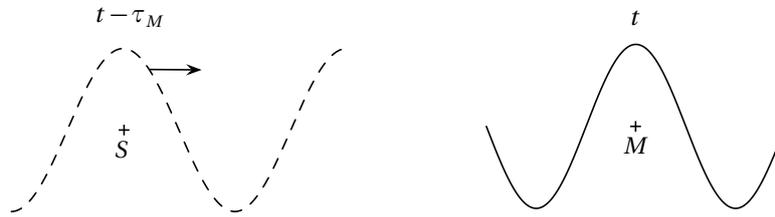
Dans le cours de PCSI, il a été vu qu'un signal sinusoïdal s'écrit sous la forme  $s(t) = s_0 \cos(\omega t + \varphi_{0,M})$  avec  $\varphi_{0,M}$  la phase à l'origine du signal. Au travers de la définition précédente de l'amplitude instantanée d'une onde monochromatique, il vient  $\varphi_M = -\varphi_{0,M}$ , c'est-à-dire que le retard de phase de l'onde en  $M$  est l'opposé de la phase à l'origine du signal qui lui est associé.

## 1.2. Propagation

Une source ponctuelle monochromatique située en un point  $S$  émet une onde lumineuse dont l'amplitude instantanée s'écrit au niveau de la source :

$$s(S, t) = A(S) \cos(\omega t - \varphi_S),$$

avec  $\varphi_S$  le retard de phase au niveau de la source.



**Figure 1.2.** Propagation d'une onde.

Cette onde met un temps  $\tau_M$ , appelé **retard de propagation**, pour se propager jusqu'à un point  $M$  où l'amplitude instantanée de l'onde s'écrit alors :

$$s(M, t) = A(M) \cos(\omega t - \varphi_M),$$

avec  $\varphi_M$  le retard de phase au point  $M$ . Si on met à part un possible phénomène d'atténuation de l'amplitude de l'onde durant la propagation, c'est-à-dire que l'on suppose que  $A(M) = A(S)$ , l'amplitude instantanée de l'onde en  $M$  est identique à l'amplitude de l'onde initialement en  $S$ , l'onde arrive simplement un temps  $\tau_M$  plus tard au point  $M$ . Ce qui s'écrit avec les amplitudes instantanées :

$$s(M, t) = s(S, t - \tau_M) \implies \cos(\omega t - \varphi_M) = \cos(\omega(t - \tau_M) - \varphi_S).$$

On en déduit une expression du retard de phase en  $M$  :

$$\varphi_M = \varphi_S + \omega \tau_M.$$



#### À retenir. Retard de phase (en fonction du retard de propagation)

Une onde lumineuse se propageant durant un temps  $\tau_M$ , appelé **retard de propagation**, entre un point  $S$  et un point  $M$  présente un retard de phase en  $M$  :

$$\varphi_M = \varphi_S + \omega \tau_M,$$

où  $\varphi_S$  est le retard de phase de l'onde au point  $S$ .

#### Remarque

L'égalité  $\varphi_M = \varphi_S + \omega \tau_M$  est définie modulo  $2\pi$ . De manière usuelle les retards de phase sont définis entre  $-\pi$  et  $\pi$ .

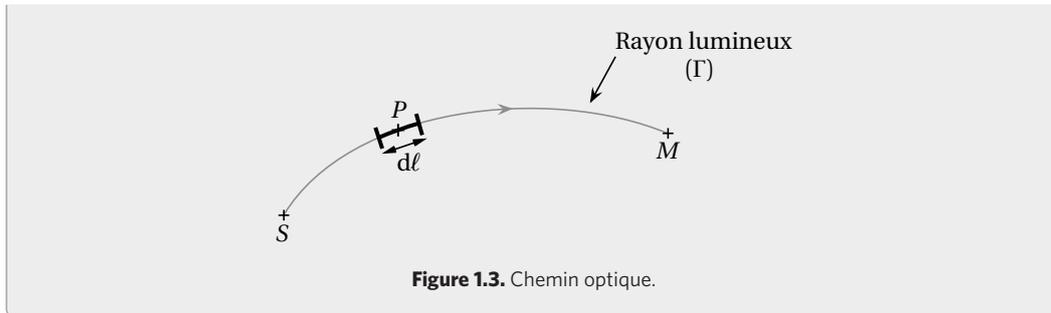
### 1.3. Chemin optique

#### Définition 1.1. Chemin optique

Dans un milieu d'indice optique  $n(P)$  variable, on appelle  $(\Gamma)$  la courbe décrite par le rayon lumineux reliant deux points  $S$  et  $M$ . Le **chemin optique** est défini comme la quantité :

$$(SM) = \int_{(\Gamma)S \rightarrow M} n(P) d\ell,$$

où  $P$  représente un point courant sur la courbe  $(\Gamma)$  et  $d\ell$  un élément de longueur infinitésimale.

**Exemple - Cas d'un milieu homogène**

Dans un **milieu homogène**, c'est-à-dire dans lequel l'indice optique  $n(P)$  a la même valeur en tous points  $P$ , le chemin optique entre deux points  $S$  et  $M$  s'écrit :

$$(SM) = \int_{(\Gamma)S \rightarrow M} n(P) d\ell = n \int_{(\Gamma)S \rightarrow M} d\ell.$$

D'après les lois de l'optique géométrique, un rayon lumineux se propage de manière rectiligne dans un milieu homogène. La courbe  $(\Gamma)$  décrite par le rayon lumineux entre  $S$  et  $M$  est donc un segment de droite. Il vient alors  $\int_{(\Gamma)S \rightarrow M} d\ell = SM$  où  $SM$  est la longueur du segment  $[SM]$ . Le chemin optique s'écrit dans le cas d'un milieu homogène d'indice  $n$  sous la forme :

$$(SM) = nSM.$$

**Conseils méthodologiques**

Il faut bien prendre soin de **ne pas oublier les parenthèses** pour désigner le chemin optique et ne pas le confondre avec la longueur *géométrique* du trajet du rayon lumineux.

Le retard de propagation  $\tau_M$  introduit précédemment correspond au temps mis par la lumière pour aller du point  $S$  au point  $M$ . Soit  $P$  un point du rayon lumineux joignant  $S$  et  $M$  et  $d\ell$  une longueur élémentaire de la courbe, le retard de propagation s'écrit :

$$\tau_M = \int_0^{\tau_M} dt = \int_{(\Gamma)S \rightarrow M} \frac{dt}{d\ell} d\ell = \int_{(\Gamma)S \rightarrow M} \frac{1}{v(P)} d\ell = \frac{1}{c} \int_{(\Gamma)S \rightarrow M} n(P) d\ell,$$

soit finalement :

$$c \tau_M = \int_{(\Gamma)S \rightarrow M} n(P) d\ell = (SM).$$

**Remarque**

Le chemin optique correspond à une pondération par l'indice optique  $n$  de la distance parcourue par la lumière entre deux points  $S$  et  $M$ . Comme nous venons de le voir, il est directement relié au temps de parcours de la lumière pour aller d'un point  $S$  à un point  $M$  et représente une mesure en unité de longueur du temps de propagation.

Le retard de phase  $\varphi_M$  de l'onde en  $M$  peut être exprimé en fonction du chemin optique comme :

$$\varphi_M = \varphi_S + \omega\tau_M = \varphi_S + \frac{\omega}{c}(SM).$$

En utilisant la relation valable dans le vide  $\omega = 2\pi f = 2\pi c / \lambda_0$ , l'expression précédente devient :

$$\varphi_M = \varphi_S + \omega\tau_M = \varphi_S + \frac{2\pi}{\lambda_0}(SM).$$



### À retenir. Retard de phase (en fonction du chemin optique)

Une onde lumineuse se propageant suivant un **chemin optique** ( $SM$ ) entre un point  $S$  et un point  $M$  présente un retard de phase en  $M$  :

$$\varphi_M = \varphi_S + \frac{2\pi}{\lambda_0}(SM),$$

où  $\varphi_S$  est le retard de phase de l'onde au point  $S$  et  $\lambda_0$  la longueur d'onde dans le vide.

## 1.4. Surfaces d'ondes

### 1.4.1. Surfaces d'ondes et rayons lumineux

#### Définition 1.2. Surfaces d'ondes

Une **surface d'onde** correspond à l'ensemble des points  $M$  tel que ( $SM$ ) est constant.

#### Remarque

Cette définition de la surface d'onde en terme de chemin optique équivaut à dire qu'en tous les points  $M$  de la surface d'onde, le temps de propagation de l'onde  $\tau_M$  depuis la source est identique, ou encore que l'onde possède le même retard de phase  $\varphi_M$ .

Parmi l'infinité de formes que peuvent prendre les surfaces d'ondes, on distingue deux familles qui seront rencontrées majoritairement par la suite :

- **Les ondes sphériques** : une onde sphérique présente des surfaces d'ondes sphériques. Cette onde correspond à l'onde émise par un point source  $S$  dans un milieu homogène. Les surfaces d'ondes sont alors des sphères concentriques de centre  $S$ .

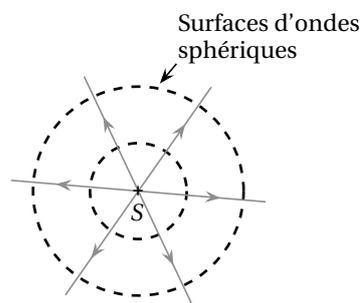


Figure 1.4. Ondes sphériques.

- **Les ondes planes :** une onde plane présente des surfaces d'ondes planes. Physiquement, une onde plane correspond à la limite d'une onde sphérique lorsque le point source  $S$  est à l'infini. La surface d'onde sphérique est alors localement plane.

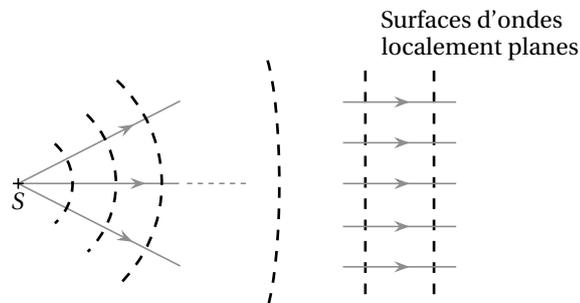


Figure 1.5. Ondes planes.

Pour les deux familles précédentes, on remarque que les surfaces d'ondes sont orthogonales aux rayons lumineux. Le **théorème de Malus** affirme la généralisation de l'observation précédente.



#### À retenir. Théorème de Malus

Les rayons lumineux de l'optique géométrique sont orthogonaux aux surfaces d'ondes.

#### Remarque

Une lentille mince utilisée dans les conditions de Gauss se comporte comme un convertisseur onde sphérique/onde plane. Par exemple, dans le cas d'une lentille convergente, l'onde sphérique émise par un point source  $S$  placé au point focal objet de la lentille émerge de la lentille sous forme d'une onde plane.

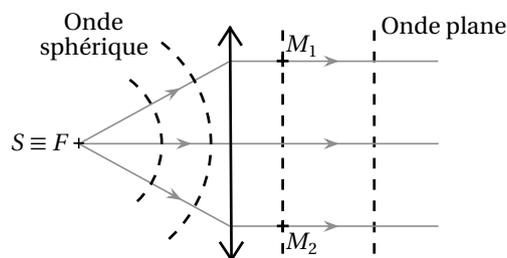


Figure 1.6. Effet d'une lentille mince sur les surfaces d'ondes.



#### Attention !

Les chemins optiques ( $SM_1$ ) et ( $SM_2$ ) sont identiques car  $M_1$  et  $M_2$  appartiennent à la même surface d'onde. Sur le schéma, les distances parcourues semblent différentes, ceci n'est qu'un effet résultant de la modélisation de la lentille mince. En réalité, ce composant optique n'est pas infiniment mince et possède, dans le cas d'une lentille convergente, un centre plus épais que les bords. Ainsi ( $SM_1$ ) passant par le centre présente une longueur géométrique plus petite que ( $SM_2$ ) mais traverse une épaisseur plus importante de verre dans la lentille ce qui tend à ralentir la lumière. Ceci assure la planéité du front d'onde en sortie de la lentille.

1.4.2. Amplitude instantanée d'une onde plane en milieu homogène

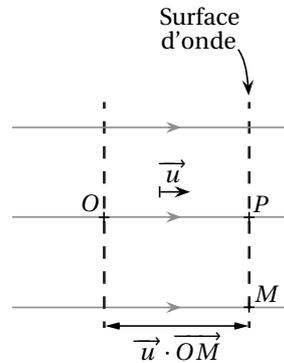


Figure 1.7. Expression d'une onde plane.

Revenons au cas de l'onde plane. Selon le théorème de Malus, les rayons lumineux sont orthogonaux aux surfaces d'ondes qui sont ici planes. Les rayons lumineux sont donc tous parallèles entre eux. Considérons un point  $O$  quelconque pour lequel le retard de phase de l'onde est  $\varphi_O$ . Prenons un point  $M$  situé sur un rayon lumineux allant du plan d'onde passant par  $O$  au plan d'onde passant par  $M$ . Par définition, tous les points du plan d'onde passant par  $M$  possèdent le même retard de phase  $\varphi_M$ . On peut donc tout aussi bien considérer le point  $P$  qui est sur le même rayon lumineux que  $O$  et sur la même surface d'onde que  $M$ . Le retard de phase en  $P$  est  $\varphi_P = \varphi_M$  et est relié au retard de phase en  $O$  par la relation :

$$\varphi_P = \varphi_O + \frac{2\pi}{\lambda_0}(OP).$$

Or, comme  $P$  et  $M$  sont sur la même surface d'onde  $(OP) = (OM)$  avec  $(OM) = nOM$  dans un milieu homogène d'indice  $n$ . En introduisant le **vecteur d'onde**  $\vec{k} = \frac{2\pi n}{\lambda_0} \vec{u}$  où  $\vec{u}$  est un vecteur directeur du rayon lumineux allant de  $O$  à  $P$  et  $\lambda_0$  la longueur d'onde dans le vide, le retard de phase en  $M$  s'écrit :

$$\varphi_M = \varphi_O + \vec{k} \cdot \vec{OM}.$$



**À retenir. Amplitude instantanée d'une onde plane en milieu homogène**

Soit  $O$  un point quelconque où l'onde possède un retard de phase  $\varphi_O$ . L'amplitude instantanée d'**une onde plane** se propageant dans un **milieu homogène** d'indice  $n$  s'écrit en un point  $M$  et à l'instant  $t$  comme :

$$s(M, t) = A \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{OM} - \varphi_O),$$

où  $\vec{k} = \frac{2\pi n}{\lambda_0} \vec{u}$  avec  $\vec{u}$  le vecteur directeur du rayon lumineux allant du point  $O$  à la surface d'onde passant par  $M$  et  $\lambda_0$  la longueur d'onde dans le vide.

### 1.4.3. Stigmatisme d'un système optique

Le stigmatisme d'un système optique est une notion qui a déjà été abordée en première année dans le cours d'optique géométrique. On en rappelle la définition :

#### Rappel - Stigmatisme d'un système optique

Un système optique ( $S$ ) est dit rigoureusement stigmatique pour le couple de point  $(A, A')$  si tout rayon incident issu (ou semblant issu) de  $A$  passe (ou semble passer) par  $A'$  après avoir émergé du système optique. Dans ces conditions, les deux points  $A$  et  $A'$  sont dits conjugués l'un de l'autre et  $A'$  est l'image de  $A$  par le système optique.

La notion de chemin optique permet de donner une nouvelle définition du stigmatisme :



#### À retenir. Stigmatisme rigoureux d'un système optique

Un système optique ( $S$ ) est dit rigoureusement stigmatique pour le couple de point  $(A, A')$ , si le chemin optique  $(AA')$  est indépendant du rayon lumineux traversant le système. Les points  $A$  et  $A'$  sont alors dits conjugués par  $(S)$  :  $A \leftrightarrow A'$ .

#### Exemple

Prenons l'exemple d'un point source  $A$  et de son image  $A'$  par une lentille convergente dans les conditions de Gauss (voir figure 1.8). Afin de trouver les surfaces d'ondes associées aux ondes incidente et émergente de la lentille, il faut commencer par représenter les rayons géométriques. Les surfaces d'ondes sont perpendiculaires aux rayons de l'optique géométrique selon le théorème de Malus. L'onde émise par  $A$  est une onde sphérique. Cette onde rencontre la lentille et en émerge sous forme d'une nouvelle onde sphérique convergente en  $A'$ . Les surfaces d'ondes étant des surfaces d'égal chemin optique, on voit sur cet exemple que tous les rayons allant de  $A$  à  $A'$  présentent le même chemin optique  $(AA')$ .

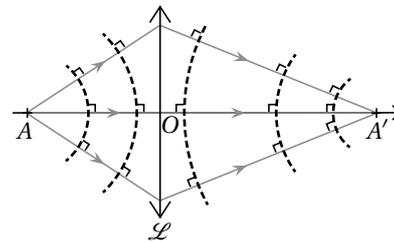


Figure 1.8. Deux points conjugués par une lentille convergente dans les conditions de Gauss.



#### Attention!

Les conditions de Gauss n'assurent qu'un stigmatisme approché des systèmes optiques : l'image d'un point est alors une tache de taille inférieure à la taille caractéristique d'un élément du détecteur.

## 1.5. Détecteurs et notion d'intensité (ou éclaircissement)

L'étude de la lumière se doit d'être confrontée aux résultats expérimentaux. Il est donc indispensable d'aborder quelques notions concernant les détecteurs de lumière dont voici des exemples :

- *L'œil* : la réception de la lumière dans l'œil est assurée par des cellules situées sur la rétine appelées bâtonnets et cônes. Ces cellules spécifiques sont des récepteurs photochimiques, ils sont constitués de molécules dont la conformation est modifiée lorsque des photons sont détectés. Cette modification de conformation est convertie en signal électrique qui se propage dans le nerf optique jusqu'au cerveau. Les cellules de l'œil délivrent un signal proportionnel à la puissance de l'onde lumineuse incidente et présente un temps de réponse  $\tau_R \approx 0,1$  s.
- *Les détecteurs quantiques* : ce type de détecteur exploite l'effet photoélectrique dans les semi-conducteurs. Une onde incidente sur un tel matériau a une probabilité non nulle de créer un électron de conduction. Lorsqu'un grand nombre de ces électrons est créé, ceci donne naissance à un courant électrique mesurable. Parmi les détecteurs quantiques, on trouve les photodiodes, les capteurs CCD ou encore les photomultiplicateurs. En ce qui concerne les photodiodes, les temps de réponses peuvent aller de  $\tau_R \approx 1 \mu\text{s}$  pour les photodiodes de TP à  $\tau_R \approx 1$  ns pour des photodiodes rapides. Les photodiodes sont utilisées dans le domaine visible et proche infrarouge et sont sensibles à la puissance lumineuse incidente.
- *Les détecteurs thermiques* : on exploite ici l'échauffement d'un matériau dû à l'énergie transférée par l'onde incidente. Ce type de détecteur mettant en jeu un phénomène thermique dont la relaxation est lente, leur temps de réponse est plus long que pour les autres types de détecteurs :  $\tau_R \approx 1$  s. Ces détecteurs sont très utilisés dans le domaine infrarouge lointain pour l'imagerie thermique. Parmi ces détecteurs, on trouve les bolomètres utilisant une thermistance pour mesurer l'élévation de température où encore les pyromètres. Ces détecteurs sont eux aussi sensibles à la puissance lumineuse incidente.
- *Les photorésistances* : ces détecteurs tirent profit de matériaux semi-conducteurs dont la résistance change avec la puissance de la lumière incidente. Le temps de réponse de tels détecteurs est de l'ordre de  $\tau_R \approx 0,1 \mu\text{s}$ . Ces détecteurs sont eux aussi sensibles à la puissance lumineuse incidente.



### À retenir. Temps de réponse de quelques détecteurs de lumière

Quelques ordres de grandeur de temps de réponse de détecteurs à retenir :

- l'œil :  $\tau_R \approx 0,1$  s.
- les photodiodes :  $\tau_R \approx 1$  ns –  $1 \mu\text{s}$ .

En partant de cette présentation non exhaustive de détecteurs, on peut isoler deux propriétés importantes des détecteurs de lumière :

1. Les détecteurs possèdent des temps de réponse  $\tau_R$  qui ne permettent pas de suivre en temps réel les oscillations de l'onde lumineuse qui s'effectuent à une fréquence de l'ordre de  $f = c/\lambda_0 \approx 10^{15}$  Hz, c'est-à-dire avec une période  $T \approx 10^{-15}$  s  $\ll \tau_R$ . Les détecteurs apparaissent très lents en terme de temps de réponse par rapport à la période de l'onde lumineuse. Il en résulte qu'un détecteur effectue un **moyennage temporel** du signal lumineux sur un temps  $\tau_R$ .
2. Les détecteurs ne sont sensibles qu'à la puissance incidente, ce sont donc des **détecteurs quadratiques** qui ne sont sensibles qu'au carré de l'amplitude instantanée  $s$  de l'onde lumineuse.

Ces deux propriétés poussent à introduire une nouvelle quantité décrivant les résultats expérimentaux et donc les mesures effectuées par des détecteurs.



### Définition 1.3. Intensité (ou éclairement)

On appelle **intensité**  $I$  (ou éclairement  $\mathcal{E}$ ) la quantité mesurée par un détecteur de temps de réponse  $\tau_R$ . Cette quantité est définie comme :

$$I(D) = K \langle s^2(D, t) \rangle_{\tau_R},$$

où  $K$  est une constante,  $s(D, t)$  l'amplitude instantanée de l'onde au niveau du détecteur placé en  $D$  et  $\langle \cdot \rangle_{\tau_R}$  représente la moyenne temporelle sur le temps  $\tau_R$ . La constante  $K$  est arbitraire, par la suite on choisit  $K = 2$  de manière à simplifier les calculs. L'intensité s'écrit alors :

$$I(D) = 2 \langle s^2(D, t) \rangle_{\tau_R}.$$

L'intensité s'exprime en  $\text{W.m}^{-2}$  et correspond à la **puissance surfacique** de l'onde lumineuse au point considéré.

### Remarques

- On peut parfois rencontrer le terme « éclairement »  $\mathcal{E}$  à la place du terme « intensité »  $I$ . Dans le cadre du programme de PC, ces deux quantités sont supposées strictement identiques. Par souci d'homogénéité du cours, on privilégiera par la suite le terme « intensité »  $I$ .
- Pour justifier le choix  $K = 2$ , calculons l'intensité d'une onde lumineuse monochromatique dont l'amplitude instantanée s'écrit  $s(M, t) = A(M) \cos(\omega t - \varphi_M)$  :

$$I(M) = 2 \langle s^2(M, t) \rangle_{\tau_R} = 2A^2(M) \langle \cos^2(\omega t - \varphi_M) \rangle_{\tau_R}.$$

D'après ce qui a été discuté plus haut, les détecteurs de lumière ont des temps de réponse  $\tau_R$  très longs par rapport à la période de l'onde lumineuse  $T = 2\pi/\omega \ll \tau_R$ . Ainsi, le moyennage temporel donne  $\langle \cos^2(\omega t - \varphi_M) \rangle_{\tau_R} = 1/2$ . On en déduit que l'intensité d'une onde lumineuse monochromatique s'écrit :

$$I(M) = A^2(M).$$

L'intensité prend ainsi une forme très simple en fixant la valeur  $K = 2$ .



### Conseils méthodologiques

Il est utile, en terme de calcul, de faire apparaître directement l'intensité dans l'écriture de l'amplitude instantanée d'une onde monochromatique. On vient de montrer précédemment que, pour une onde monochromatique  $A(M) = \sqrt{I(M)}$ , l'amplitude instantanée s'écrit donc :

$$s(M, t) = \sqrt{I(M)} \cos(\omega t - \varphi_M).$$

### Complément

Un détecteur possède toujours une extension spatiale finie, il ne mesure donc pas la puissance en un unique point de l'espace. La puissance lumineuse mesurée est donc aussi moyennée spatialement sur la surface  $S$  du détecteur. L'intensité en un point  $M$  s'écrit donc :

$$I(M) = 2 \langle \langle s^2(M, t) \rangle_{\tau_R} \rangle_S,$$

où  $\langle \cdot \rangle_S$  représente la moyenne spatiale sur la surface du détecteur placé au point  $M$ .

Les détecteurs n'étant sensibles qu'à l'intensité  $I$ , il est donc impossible d'avoir accès à la phase d'une onde au travers d'une mesure directe. On va voir par la suite que même si la phase d'une onde n'est pas mesurable directement, il est par contre possible de mesurer la différence de phase entre deux ondes qui se superposent.

## 2 Interférences à deux ondes lumineuses

### 2.1. Formule de Fresnel et premier critère de cohérence

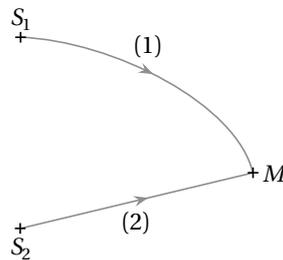


Figure 1.9. Superposition de deux ondes.

Considérons deux sources  $S_1$  et  $S_2$  émettant des ondes lumineuses monochromatiques de pulsations respectives  $\omega_1$  et  $\omega_2$  et dont les amplitudes instantanées sont notées  $s_1$  et  $s_2$  (voir figure 1.9). On suppose que ces deux ondes se superposent en un point  $M$ . L'amplitude instantanée de l'onde résultant de cette superposition est :

$$s(M, t) = s_1(M, t) + s_2(M, t).$$



#### Conseils méthodologiques

En optique ondulatoire, ce sont les amplitudes instantanées des ondes qui sont additives. Afin de calculer l'intensité en un point  $M$ , il faut commencer par écrire l'amplitude instantanée en ce point résultant de la superposition des ondes puis en déduire l'intensité selon la relation :

$$I(M) = 2\langle s^2(M, t) \rangle_{\tau_R}.$$

Les amplitudes instantanées des ondes au point  $M$  à l'instant  $t$  s'écrivent :

$$s_1(M, t) = \sqrt{I_1} \cos(\omega_1 t - \varphi_{1,M}) \quad \text{avec} \quad \varphi_{1,M} = \varphi_{1,S} + \frac{2\pi}{\lambda_{0,1}}(S_1 M)$$

$$s_2(M, t) = \sqrt{I_2} \cos(\omega_2 t - \varphi_{2,M}) \quad \text{avec} \quad \varphi_{2,M} = \varphi_{2,S} + \frac{2\pi}{\lambda_{0,2}}(S_2 M)$$

On en déduit l'intensité au point  $M$  :

$$I = 2\langle s^2(M, t) \rangle_{\tau_R}$$

$$= 2\langle (s_1(M, t) + s_2(M, t))^2 \rangle_{\tau_R}$$

$$= \underbrace{2\langle s_1^2(M, t) \rangle_{\tau_R}}_{I_1} + \underbrace{2\langle s_2^2(M, t) \rangle_{\tau_R}}_{I_2} + \underbrace{4\langle s_1(M, t)s_2(M, t) \rangle_{\tau_R}}_{I_{12}(M)}$$

$$I = I_1 + I_2 + I_{12}(M).$$

L'intensité  $I_1$  représente l'intensité en  $M$  qui serait engendrée par la source  $S_1$  uniquement, c'est-à-dire si la source  $S_2$  était éteinte. De manière identique, l'intensité  $I_2$  représente l'intensité en  $M$  qui serait due à la source  $S_2$  seule.



### À retenir. Terme d'interférences

L'intensité résultant de la superposition de deux ondes en un point  $M$  s'écrit :

$$I(M) = I_1 + I_2 + I_{12}(M),$$

où  $I_1$  et  $I_2$  représentent les intensités en  $M$  des sources  $S_1$  et  $S_2$  prises indépendamment. L'intensité en  $M$  peut différer de la somme des deux intensités des sources prises indépendamment l'une de l'autre. Cette différence est caractérisée par un terme supplémentaire  $I_{12}(M) = 4\langle s_1(M, t)s_2(M, t) \rangle_{\tau_R}$  qui est le **terme d'interférences**.

Évaluons le terme d'interférences  $I_{12}(M)$  :

$$\begin{aligned} I_{12}(M) &= 4\langle s_1(M, t)s_2(M, t) \rangle_{\tau_R} \\ &= 4\sqrt{I_1 I_2} \langle \cos(\omega_1 t - \varphi_{1,M}) \cos(\omega_2 t - \varphi_{2,M}) \rangle_{\tau_R} \\ &= 2\sqrt{I_1 I_2} \langle \cos((\omega_2 + \omega_1)t - (\varphi_{2,M} + \varphi_{1,M})) + \cos((\omega_2 - \omega_1)t - (\varphi_{2,M} - \varphi_{1,M})) \rangle_{\tau_R} \\ I_{12}(M) &= 2\sqrt{I_1 I_2} (\langle \cos((\omega_2 + \omega_1)t - (\varphi_{2,M} + \varphi_{1,M})) \rangle_{\tau_R} + \langle \cos((\omega_2 - \omega_1)t - (\varphi_{2,M} - \varphi_{1,M})) \rangle_{\tau_R}). \end{aligned}$$

La valeur du terme d'interférences dépend des valeurs des pulsations  $\omega_1$  et  $\omega_2$ . On peut distinguer deux cas :

- Si  $\omega_1 \neq \omega_2$  ( $\lambda_{0,1} \neq \lambda_{0,2}$ ). Détaillons les moyennes réalisées sur les deux termes en cosinus de  $I_{12}(M)$  :
  - le premier cosinus dans l'expression du terme d'interférences présente une pulsation  $\omega_1 + \omega_2 \approx 10^{15}$  rad.s<sup>-1</sup>. Le temps de réponse du détecteur  $\tau_R$  étant très grand devant la période du signal,  $\langle \cos((\omega_2 + \omega_1)t - (\varphi_{2,M} + \varphi_{1,M})) \rangle_{\tau_R} = 0$ .
  - le second cosinus présente une pulsation  $\omega_2 - \omega_1$  qui peut être petite. En considérant un détecteur infiniment lent tel que  $\tau_R \gg 1/|\omega_1 - \omega_2|$ ,  $\langle \cos((\omega_2 - \omega_1)t - (\varphi_{2,M} - \varphi_{1,M})) \rangle_{\tau_R} = 0$ .
 Il vient alors  $I_{12}(M) = 0$  et l'intensité en  $M$  s'écrit :

$$I(M) = I = I_1 + I_2.$$

Dans ce cas, l'intensité en  $M$  est la somme des intensités des deux sources prises indépendamment et il n'y a pas d'interférences. On dit que **les ondes sont incohérentes**.

- Si  $\omega_1 = \omega_2 = \omega$  ( $\lambda_{0,1} = \lambda_{0,2} = \lambda_0$ ). Le terme d'interférences se réécrit :

$$I_{12}(M) = 2\sqrt{I_1 I_2} (\langle \cos(2\omega t - (\varphi_{2,M} + \varphi_{1,M})) \rangle_{\tau_R} + \langle \cos(\varphi_{2,M} - \varphi_{1,M}) \rangle_{\tau_R}),$$

- le premier cosinus apparaissant dans l'expression de  $I_{12}(M)$  est de pulsation  $2\omega \approx 10^{15}$  rad.s<sup>-1</sup>. De même que précédemment, la moyenne temporelle de ce terme sur le temps de réponse du détecteur donne  $\langle \cos(2\omega t - (\varphi_{2,M} + \varphi_{1,M})) \rangle_{\tau_R} = 0$ .
- le second cosinus  $\cos(\varphi_{2,M} - \varphi_{1,M})$  est de pulsation nulle car  $\varphi_{1,M}$  et  $\varphi_{2,M}$  sont indépendantes du temps. C'est donc une constante et  $\langle \cos(\varphi_{2,M} - \varphi_{1,M}) \rangle_{\tau_R} = \cos(\varphi_{2,M} - \varphi_{1,M})$ .

Il vient alors  $I_{12}(M) = 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\varphi_{2,M} - \varphi_{1,M})$  et l'intensité en  $M$  s'écrit :

$$I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\varphi_{2,M} - \varphi_{1,M}).$$

Cette expression de l'intensité est appelée **formule de Fresnel**. L'intensité en  $M$  diffère de la somme des intensités des deux sources prises indépendamment, il y a interférence. On dit dans ce cas que

**les ondes sont cohérentes.** L'amplitude du terme d'interférences dépend de la **différence de phase**, aussi appelée **déphasage**, au point  $M$  entre les deux ondes dont l'expression est :

$$\Delta\varphi_{21} = \varphi_{2,M} - \varphi_{1,M} = \varphi_{2,S} - \varphi_{1,S} + \frac{2\pi}{\lambda_0} ((S_2M) - (S_1M)).$$

On appelle **différence de marche** en  $M$  la quantité  $\delta_M = (S_2M) - (S_1M)$ . La différence de phase entre les deux ondes se superposant en  $M$  s'écrit alors :

$$\Delta\varphi_{21} = \varphi_{2,S} - \varphi_{1,S} + \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta_M.$$

Les retards de phase  $\varphi_{1,S}$  et  $\varphi_{2,S}$  étant fixés, c'est la différence de marche  $\delta_M$  qui détermine l'amplitude du terme d'interférences.



### À retenir. Premier critère de cohérence

Pour deux ondes de longueurs d'ondes  $\lambda_{0,1}$  et  $\lambda_{0,2}$  se superposant en  $M$  :

- Si  $\lambda_{0,1} \neq \lambda_{0,2}$  : il n'y a pas d'interférences entre les deux ondes, le terme d'interférences  $I_{12}$  est nul. On dit que **les ondes sont incohérentes**. L'intensité en  $M$  est la somme des intensités des sources prises indépendamment l'une de l'autre :

$$I(M) = I = I_1 + I_2.$$

- Si  $\lambda_{0,1} = \lambda_{0,2}$  : il y a interférence entre les deux ondes lumineuses et le terme d'interférences  $I_{12}$  est non-nul. On dit que **les ondes sont cohérentes**. L'intensité en  $M$  est donnée par la **formule de Fresnel** :

$$I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\left(\varphi_{2,S} - \varphi_{1,S} + \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta_M\right),$$

avec  $\delta_M = (S_2M) - (S_1M)$  la **différence de marche**. On considère couramment deux ondes issues d'une même source  $S$  de telle sorte que  $\varphi_{1,S} = \varphi_{2,S}$  mais parcourant des chemins différents pour arriver en  $M$ , la formule de Fresnel devient alors :

$$I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \delta_M\right).$$



### Attention !

La formule de Fresnel qui vient d'être démontrée ne s'applique qu'à la *superposition de deux ondes monochromatiques*. Dans le cas où un nombre plus important d'ondes se superposent en  $M$ , il faut repartir de l'additivité des amplitudes instantanées.

### Complément

La quantité  $\Delta\varphi_{21} = \varphi_{2,M} - \varphi_{1,M}$  est appelée indifféremment différence de phase ou déphasage entre l'onde 2 et l'onde 1. Cette quantité correspond au retard en phase de l'onde 2 par rapport à l'onde 1. Pour faire le lien avec le déphasage entre les signaux associés aux ondes en  $M$ , il faut se rappeler que les phases à l'origine des signaux associés respectivement aux ondes 1 et 2 sont  $\varphi_{1,0M} = -\varphi_{1,M}$  et  $\varphi_{2,0M} = -\varphi_{2,M}$ . La différence de phase s'écrit alors :

$$\Delta\varphi_{21} = \varphi_{2,M} - \varphi_{1,M} = \varphi_{1,0M} - \varphi_{2,0M}$$

et correspond donc au déphasage du signal associé à l'onde 1 par rapport au signal associé à l'onde 2. Par exemple, si  $\Delta\varphi_{21} > 0$ , le signal de l'onde 1 est en avance par rapport au signal de l'onde 2, autrement dit, l'onde 2 est en retard par rapport à l'onde 1 en  $M$ . Ceci corrobore bien le fait que  $\Delta\varphi_{21}$  correspond au retard en phase de l'onde 2 par rapport à l'onde 1.

### Complément

Revenons sur le cas  $\omega_1 \neq \omega_2$ . Un des cosinus du terme d'interférences présente une pulsation  $\omega_2 - \omega_1$  qui peut être petite. En utilisant un détecteur suffisamment rapide, c'est-à-dire tel que  $\tau_R \ll 1/|\omega_2 - \omega_1|$ , il est possible de suivre en temps réel l'évolution temporelle du signal. L'intensité au point  $M$  et à l'instant  $t$  s'écrit alors :

$$I(M, t) = I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos((\omega_2 - \omega_1)t - (\varphi_{2,M} + \varphi_{1,M})).$$

La variation temporelle périodique de l'intensité est alors la signature de l'interférence entre ces deux ondes lumineuses de fréquences différentes.

## 2.2. Contraste des franges

### 2.2.1. Ordre d'interférences

Analysons l'expression de l'intensité en  $M$ . Dans le cas où les deux ondes se superposent sont cohérentes, la formule de Fresnel s'applique et l'intensité en  $M$  s'écrit :

$$I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \delta_M\right).$$

La valeur de l'intensité en  $M$  dépend du rapport  $p = \delta_M/\lambda_0$  que l'on nomme **ordre d'interférences**.



#### Définition 1.4. Ordre d'interférences

Lorsque deux ondes lumineuses cohérentes se superposent en un point  $M$ , l'intensité lumineuse est donnée par la formule de Fresnel :

$$I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(2\pi p),$$

où  $p = \delta_M/\lambda_0$  est l'**ordre d'interférences**. L'ensemble des points  $M$  possédant la même valeur de  $p$  forme une **frange** d'interférences. Pour certaines valeurs de l'ordre d'interférences, l'intensité en  $M$  peut être maximale ou minimale :

- si  $p$  est entier : l'intensité en  $M$  est maximale. L'interférence y est constructive, on dit que la **frange est brillante**.
- si  $p$  est demi-entier : l'intensité en  $M$  est minimale. L'interférence y est destructive, on dit que la **frange est sombre**.

Le phénomène d'interférences résulte de la superposition des ondes et de l'additivité des amplitudes instantanées. Il peut être visualisé graphiquement pour des ondes monochromatiques de même longueur d'onde se superposant en un point  $M$  :

- Si  $p$  est entier, c'est-à-dire  $p = k$  avec  $k$  un entier : la différence de phase entre les deux ondes est  $\Delta\varphi_{21} = 2\pi p = 2k\pi$ , les deux ondes oscillent en phase au point  $M$ . Ceci correspond à une différence

de marche égale à un nombre entier de fois la longueur d'onde  $\delta_M = p\lambda_0 = k\lambda_0$ . Dans ce cas, l'effet des ondes en  $M$  s'ajoute à chaque instant. Par exemple, à un instant où  $s_1$  atteint un maximum en  $M$ ,  $s_2$  est lui aussi maximum en  $M$ . L'amplitude instantanée  $s(M, t) = s_1(M, t) + s_2(M, t)$  résultant de la superposition en  $M$  des deux ondes possède alors une amplitude maximale. On en déduit que l'intensité en  $M$ ,  $I = 2\langle s^2(M, t) \rangle$ , est elle aussi maximale, il y a interférence constructive.

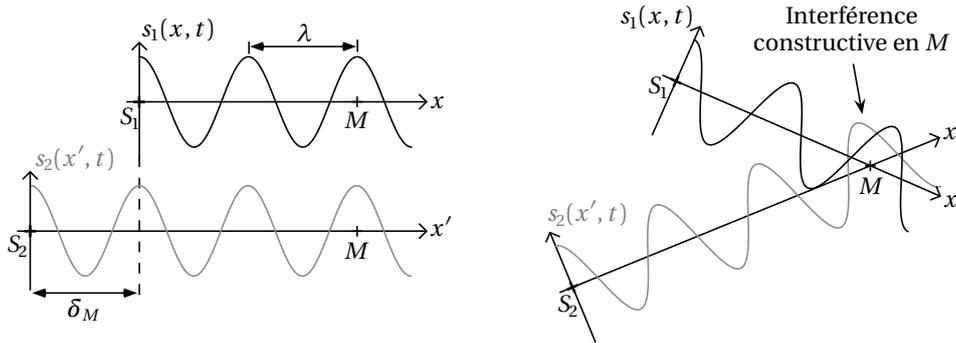


Figure 1.10. Interférence constructive en  $M$  dans le cas où  $p = 1$ .

- Si  $p$  est demi-entier, c'est-à-dire  $p = k + 1/2$  avec  $k$  un entier : la différence de phase entre les deux ondes est  $\Delta\varphi_{21} = 2\pi p = \pi + 2k\pi$ , les deux ondes oscillent en opposition de phase. Ceci correspond à une différence de marche égale à un nombre entier de fois la longueur d'onde plus une demi-longueur d'onde  $\delta_M = p\lambda_0 = \frac{1}{2}\lambda_0 + k\lambda_0$ . Dans ce cas, les effets des ondes se compensent à chaque instant. Par exemple, à un instant où  $s_1$  atteint un maximum en  $M$ ,  $s_2$  est minimum en  $M$ . L'amplitude instantanée  $s(M, t) = s_1(M, t) + s_2(M, t)$  résultant de la superposition en  $M$  des deux ondes présente donc une amplitude minimale à chaque instant. On en déduit que l'intensité en  $M$ ,  $I = 2\langle s^2(M, t) \rangle$ , est elle aussi minimale, il y a interférence destructive.

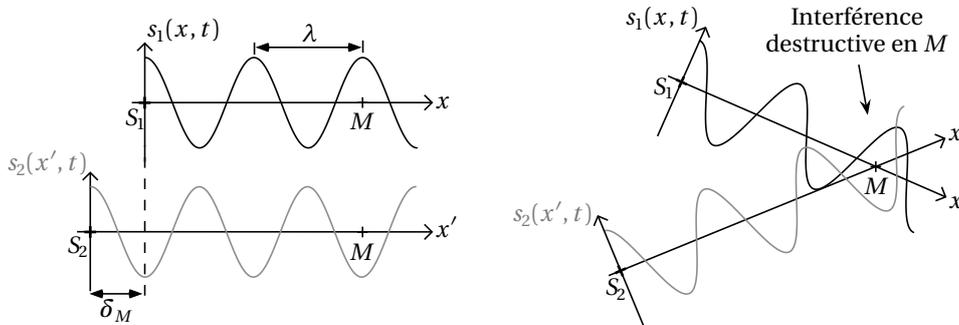


Figure 1.11. Interférence destructive en  $M$  dans le cas où  $p = 1/2$ .

### 2.2.2. Contraste

Faisons varier la différence de marche  $\delta_M$  entre les deux ondes se superposant au point  $M$ . Ceci revient à faire varier l'ordre d'interférences  $p = \delta_M/\lambda_0$ . À chaque fois que  $p$  est entier, on observe une interférence constructive en  $M$  se caractérisant par une intensité maximale  $I_{\max}$ . *A contrario*, à chaque fois que  $p$  est demi-entier, on observe une interférence destructive et donc une intensité minimale  $I_{\min}$  en  $M$ .



**Définition 1.5. Contraste des franges**

Pour quantifier expérimentalement l'amplitude du phénomène d'interférences, on introduit le **contraste des franges** :

$$C = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

Le contraste  $C$  est compris entre 0 et 1, il quantifie la **visibilité** des franges d'interférences :

- Un contraste maximal  $C = 1$  correspond au cas  $I_{\max} \gg I_{\min}$ . Dans ce cas, les franges présentent une visibilité maximale, la différence d'intensité entre les franges brillantes et sombres est grande.
- Un contraste minimal  $C = 0$  correspond au cas  $I_{\max} = I_{\min}$ . Dans ce cas, on dit qu'il y a **brouillage des franges**, la visibilité est nulle car il est impossible de distinguer les franges brillantes des franges sombres.

Pour une interférence à deux ondes, l'intensité maximale est atteinte pour  $p$  entier, c'est-à-dire lorsque  $\cos(2\pi p) = 1$  dans la formule de Fresnel, on a alors  $I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$ . De même, l'intensité minimale est obtenue pour  $p$  demi-entier, c'est-à-dire lorsque  $\cos(2\pi p) = -1$  dans la formule de Fresnel, on a alors  $I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$ .

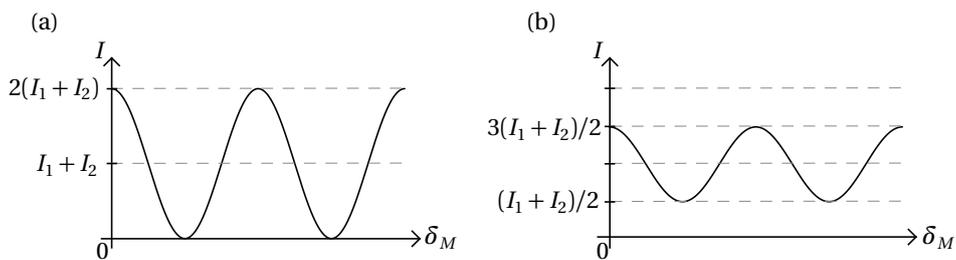
**À retenir. Contraste d'une interférence à deux ondes**

Le contraste lors d'une interférence à deux ondes lumineuses est :

$$C = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}$$

**Remarque**

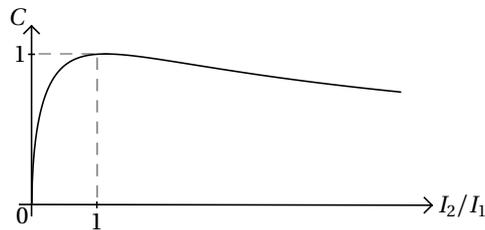
L'intensité en  $M$  en fonction de la différence de marche  $\delta_M$  est tracée pour  $C = 1$  et  $C = 0,5$  sur la figure 1.12.



**Figure 1.12.** Intensité en  $M$  en fonction de la différence de marche  $\delta_M$  pour (a)  $C = 1$  et (b)  $C = 0,5$ .

La baisse de contraste diminue l'amplitude du terme sinusoïdal de l'intensité donnant lieu aux interférences.

Le contraste des franges dépend du rapport  $I_2/I_1$ . Il est maximal pour  $I_1 = I_2$  c'est-à-dire lorsque les intensités des deux sources sont égales (voir figure 1.13).



**Figure 1.13.** Contraste des franges en fonction de  $I_2/I_1$ .



#### À retenir. Contraste maximal

Le contraste de l'interférence entre deux ondes lumineuses cohérentes d'intensités respectives  $I_1$  et  $I_2$  est maximal lorsque  $I_1 = I_2 = I_0$ . Dans ce cas, le contraste est  $C = 1$ , **la visibilité des franges est maximale** et la formule de Fresnel devient :

$$I(M) = 2I_0 \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta_M \right) \right).$$

Il y a alors extinction totale de la lumière lors d'une interférence destructive.

### 2.3. Amélioration du critère de cohérence : cohérence temporelle

Expérimentalement, la superposition sur un écran de deux faisceaux lasers indépendants et de même longueur d'onde ne conduit pas à l'observation d'interférences. On observe sur l'écran un éclairage uniforme sans aucun maxima ou minima d'intensité. Pour comprendre cette observation, il faut aller plus loin dans le critère de cohérence énoncé précédemment.

Une source lumineuse est composée d'atomes ou de molécules portés dans un état excité, qui émettent de la lumière en retournant dans leur état fondamental.

#### Exemple

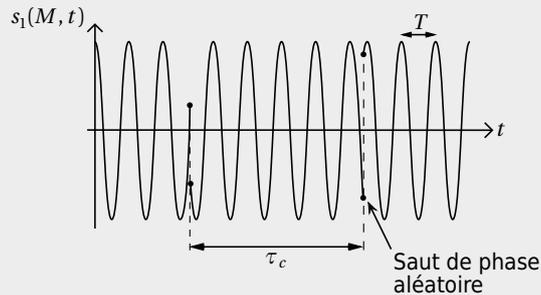
Pour fixer les idées, prenons le cas d'une lampe spectrale basse pression au mercure utilisée en TP. Cette lampe fait partie des lampes dites à décharges. Une ampoule de gaz de mercure contenant un peu d'argon est placée entre deux électrodes. Sous l'effet d'une haute tension, le gaz d'argon est ionisé et devient conducteur créant un arc électrique. Les collisions entre les électrons de l'arc et les atomes de mercure portent ces derniers dans un état excité. En se désexcitant, les atomes de mercure émettent une radiation lumineuse.

Au travers de cet exemple, on voit que l'émission de lumière par un atome de la lampe ne correspond pas à l'onde qui serait émise par une source ponctuelle monochromatique. L'émission de l'onde lumineuse est perturbée à chaque nouvelle collision d'un électron avec un atome rendant la source polychromatique. Pour modéliser la lumière émise par une source réelle non monochromatique, on utilise le **modèle des trains d'ondes**.



### À retenir. Modèle des trains d'ondes

On modélise la lumière émise par une source réelle non monochromatique par des **trains d'ondes**. À l'intérieur de chaque train d'ondes, l'onde est supposée monochromatique de longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0$ , correspondant à la longueur d'onde moyenne de la source, et de retard de phase  $\varphi_{i,S}$  fixé. Par contre, d'un train d'onde à l'autre, le retard de phase varie aléatoirement, ce qui signifie que le train d'ondes  $i+1$  n'est pas dans la continuité du train d'ondes  $i$  mais que l'onde subit un saut de phase aléatoire et instantané au moment du changement de train d'ondes.



**Figure 1.14.** Émission de lumière dans le modèle des trains d'ondes.

La durée moyenne d'un train d'ondes  $\tau_c$  est appelée **temps de cohérence**. On définit aussi la **longueur de cohérence**  $\ell_c = c\tau_c$  comme étant la distance parcourue par la lumière durant un train d'ondes.

### Complément

Le modèle des trains d'ondes est un modèle de source non monochromatique. La durée d'un train d'ondes  $\tau_c$  est reliée à la largeur du spectre de la source  $\Delta f$  par une relation de transformée de Fourier :

$$\Delta f \tau_c \approx 1.$$

Elle permet de lier le temps de cohérence à la largeur en longueur d'onde  $\Delta\lambda$  du spectre de la source. En notant  $\lambda_m$  la longueur d'onde moyenne dans le vide du spectre de la source, on a :

$$\Delta f = \Delta \left( \frac{c}{\lambda_0} \right) \approx c \frac{\Delta\lambda}{\lambda_m^2}.$$

Le temps de cohérence s'exprime en fonction de  $\Delta\lambda$  comme :

$$\tau_c \approx \frac{\lambda_m^2}{c\Delta\lambda}.$$

On remarque que plus la largeur spectrale de la source est faible plus le temps de cohérence (et donc aussi la longueur de cohérence) est grand.



**À retenir. Ordres de grandeur de  $\ell_c$**

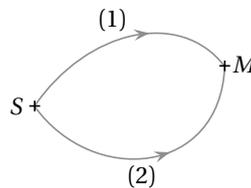
	Laser Hélium-Néon	Lampe spectrale basse pression	Lampe blanche quartz-iode
$\ell_c$	$\approx 1 \text{ m}$	$\approx 1 \text{ cm}$	$\approx 1 \mu\text{m}$

Revenons sur l'observation expérimentale de la superposition de deux faisceaux lasers. Les ondes sont issues de deux sources non monochromatiques  $S_1$  et  $S_2$  de même longueur d'onde moyenne dans le vide  $\lambda_m$  et sont superposées en  $M$ . L'intensité résultant de la superposition des deux ondes s'écrit :

$$\begin{aligned}
 I(M) &= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \left( \langle \cos(2\omega t + (\varphi_{2,M} + \varphi_{1,M})) \rangle_{\tau_R} + \langle \cos\left(\varphi_{2,S} - \varphi_{1,S} + \frac{2\pi}{\lambda_m} \delta_M\right) \rangle_{\tau_R} \right) \\
 &= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \langle \cos\left(\varphi_{2,S} - \varphi_{1,S} + \frac{2\pi}{\lambda_m} \delta_M\right) \rangle_{\tau_R}.
 \end{aligned}$$

À la différence de ce qui a été vu précédemment, dans le modèle des trains d'ondes, les retards de phase  $\varphi_{1,S}$  et  $\varphi_{2,S}$  ne sont pas constants. On voit qu'il n'y aura interférence que si le terme  $\langle \cos(\varphi_{2,S} - \varphi_{1,S} + \frac{2\pi}{\lambda_m} \delta_M) \rangle_{\tau_R}$  est non nul c'est-à-dire s'il existe une relation de phase définie entre les deux ondes telle que  $\varphi_{2,S} - \varphi_{1,S}$  soit constante.

- Si  $S_1 \neq S_2$  : dans le cas où les deux sources sont différentes, il n'existe pas de relation de phase entre les ondes émises,  $\varphi_{2,S} - \varphi_{1,S}$  est aléatoire donc  $\langle \cos\left(\varphi_{2,S} - \varphi_{1,S} + \frac{2\pi}{\lambda_m} \delta_M\right) \rangle_{\tau_R} = 0$ . Il n'y a pas d'interférences, **les ondes sont incohérentes**. L'intensité en  $M$  est alors la somme des intensités des sources prises indépendamment.
- Si  $S_1 = S_2 = S$  : dans le cas d'une unique source, les deux ondes se superposant en  $M$  correspondent à deux ondes émises par  $S$  mais ayant parcouru des chemins différents pour arriver en  $M$  (voir figure 1.15).



**Figure 1.15.** Superposition de deux ondes issues d'une même source.

La différence de marche  $\delta_M$  entre ces deux chemins est  $\delta_M = (SM)_2 - (SM)_1$  où  $(SM)_1$  et  $(SM)_2$  représentent respectivement les chemins optiques de l'onde suivant le chemin 1 et suivant le chemin 2. Deux cas sont à distinguer :

- si  $\frac{|\delta_M|}{c} > \tau_c$  : dans ce cas, il se superpose en  $M$  deux trains d'ondes différents. Les retards de phase variant aléatoirement d'un train d'ondes à l'autre,  $\varphi_{2,S} - \varphi_{1,S}$  est aléatoire et  $\langle \cos(\varphi_{2,S} - \varphi_{1,S} + \frac{2\pi}{\lambda_m} \delta_M) \rangle_{\tau_R} = 0$ . Il n'y a pas d'interférences, **les ondes sont incohérentes**. L'intensité en  $M$  est alors la somme des intensités des sources prises indépendamment.
- si  $\frac{|\delta_M|}{c} < \tau_c$  : dans ce cas, ce sont les mêmes trains d'ondes qui se superposent en  $M$ . Le retard de phase est bien défini et est le même pour les deux ondes se superposant. Il y a interférence, **les ondes sont cohérentes**.



### À retenir. Critère de cohérence temporelle élargi

Le critère de cohérence élargi aux sources polychromatiques indique que :

- la **cohérence des ondes est maintenue** dans le cas de la superposition de deux ondes issues d'une **même source ponctuelle  $S$  polychromatique** et présentant une **différence de marche**  $\delta_M = (SM)_2 - (SM)_1$  telle que  $|\delta_M| < \ell_c$  où  $\ell_c = c\tau_c$  est la longueur de cohérence de la source;
- sinon, les ondes sont **incohérentes** et l'intensité en  $M$  s'écrit :

$$I(M) = I_1 + I_2.$$

## 2.4. Notation complexe

### Définition 1.6. Notation complexe

À l'amplitude instantanée réelle  $s(M, t) = A \cos(\omega t - \varphi_M)$ , on associe une **amplitude instantanée complexe**  $\underline{s}(M, t)$  dont l'expression est :

$$\underline{s}(M, t) = A e^{j(\omega t - \varphi_M)} = \underline{S}(M) e^{j\omega t},$$

avec  $\underline{S}(M) = A e^{-j\varphi_M}$  l'**amplitude complexe**. L'amplitude instantanée réelle est obtenue en prenant la partie réelle de sa forme complexe  $s(M, t) = \Re\{\underline{s}(M, t)\}$ .

L'intensité au point  $M$  est reliée à l'amplitude complexe par la relation :

$$I(M) = |\underline{S}(M)|^2.$$



### Conseils méthodologiques

Cette notation est d'une très grande utilité pratique pour les calculs d'optique ondulatoire. Les méthodes décrites précédemment s'appliquent :

- *Pour des ondes cohérentes* : il faut commencer par sommer les amplitudes des ondes. L'amplitude complexe résultante d'une superposition d'ondes est :

$$\underline{s}(M, t) = \sum_i \underline{s}_i(M, t).$$

L'intensité est ensuite déduite de l'amplitude complexe totale en utilisant la formule :

$$I(M) = |\underline{S}(M)|^2.$$

- *Pour des ondes incohérentes* : l'intensité au point  $M$  de superposition est la somme des intensités des ondes prises individuellement :

$$I = \sum_i I_i.$$

**Exemple**

Une première application utile en pratique des notations complexes réside dans la démonstration de la formule de Fresnel. Considérons deux ondes cohérentes  $\underline{S}_1$  et  $\underline{S}_2$  se superposant en un point  $M$ . Les amplitudes complexes des ondes en  $M$  s'écrivent :

$$\underline{S}_1(M) = \sqrt{I_1} e^{-j\varphi_1} \quad \text{avec} \quad \varphi_1 = \varphi_S + \frac{2\pi}{\lambda_0}(SM)_1$$

et

$$\underline{S}_2(M) = \sqrt{I_2} e^{-j\varphi_2} \quad \text{avec} \quad \varphi_2 = \varphi_S + \frac{2\pi}{\lambda_0}(SM)_2,$$

où  $(SM)_1$  et  $(SM)_2$  représentent les chemins optiques des trajets empruntés par les ondes pour aller de la source  $S$  au point  $M$ . L'amplitude de l'onde résultante est :

$$\underline{S}(M) = \underline{S}_1(M) + \underline{S}_2(M) = \sqrt{I_1} e^{-j\varphi_1} + \sqrt{I_2} e^{-j\varphi_2}.$$

On en déduit l'intensité en  $M$  :

$$\begin{aligned} I(M) &= |\underline{S}(M)|^2 \\ &= |\sqrt{I_1} e^{-j\varphi_1} + \sqrt{I_2} e^{-j\varphi_2}|^2 \\ &= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \Re(e^{-j\varphi_1} e^{j\varphi_2}) \\ &= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \\ I(M) &= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \delta_M\right). \end{aligned}$$

avec  $\delta_M = (SM)_2 - (SM)_1$  la différence de marche entre les deux ondes. On retrouve bien la formule de Fresnel démontrée précédemment avec des calculs allégés en utilisant la notation complexe.

**Conseils méthodologiques**

Lorsque l'on considère deux ondes lumineuses cohérentes, on peut écrire les amplitudes complexes sous les formes utilisées dans l'exemple :

$$\underline{S}_1(M) = \sqrt{I_1} e^{-j\varphi_1} \quad \text{avec} \quad \varphi_1 = \varphi_S + \frac{2\pi}{\lambda_0}(SM)_1$$

et

$$\underline{S}_2(M) = \sqrt{I_2} e^{-j\varphi_2} \quad \text{avec} \quad \varphi_2 = \varphi_S + \frac{2\pi}{\lambda_0}(SM)_2.$$

Dans cette écriture géométrique, il est commode de faire apparaître la racine carrée de l'intensité du faisceau dans l'amplitude de l'onde.

La quantité porteuse de sens en terme d'interférences est la différence de phase entre les deux ondes. Il est donc possible de choisir une des ondes comme étant la référence de phase. Par exemple, choisissons  $\underline{S}_1$  comme référence de phase. On a alors  $\varphi_1 = 0$ , les expressions des ondes deviennent :

$$\underline{S}_1(M) = \sqrt{I_1} \quad \text{et} \quad \underline{S}_2(M) = \sqrt{I_2} e^{-j\Delta\varphi_{21}},$$

avec

$$\Delta\varphi_{21} = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda_0} ((SM)_2 - (SM)_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta_M,$$

où  $\Delta\varphi_{21}$  est la différence de phase entre l'onde 2 et l'onde 1 qui ne résulte que de la différence de marche  $\delta_M$  entre les deux chemins menant à  $M$ . L'intérêt d'une telle écriture réside dans le fait qu'il n'est pas nécessaire de préciser le retard de phase  $\varphi_S$  au niveau de la source  $S$  car celui-ci est identique pour deux ondes cohérentes issues de  $S$ .

### Complément

On peut se demander pourquoi la moyenne temporelle qui était présente dans la définition de l'intensité en notation réelle n'apparaît plus en notation complexe. Pour comprendre cela, revenons à la définition de l'intensité introduite précédemment :

$$I(M) = 2 \langle s^2(M, t) \rangle_{\tau_R}.$$

L'amplitude instantanée  $s$  est reliée à l'amplitude instantanée complexe par  $s(M, t) = \Re\{\underline{s}(M, t)\}$ . L'intensité devient :

$$\begin{aligned} I(M) &= 2 \langle (\Re\{\underline{s}(M, t)\})^2 \rangle_{\tau_R} \\ &= 2 \left\langle \left( \frac{\underline{s}(M, t) + \underline{s}^*(M, t)}{2} \right)^2 \right\rangle_{\tau_R} \\ I(M) &= \frac{1}{2} \langle \underline{s}^2(M, t) \rangle_{\tau_R} + \frac{1}{2} \langle \underline{s}^{*2}(M, t) \rangle_{\tau_R} + \langle \underline{s}(M, t) \underline{s}^*(M, t) \rangle_{\tau_R}. \end{aligned}$$

On remarque que  $\underline{s}^2(M, t) = \underline{s}^2(M) e^{2j\omega t} = \underline{s}^2(M) (\cos(2\omega t) + j \sin(2\omega t))$ . La valeur moyenne de ce terme oscillant à la pulsation  $2\omega$  est nulle. Il en est de même pour le terme en  $\underline{s}^{*2}(M, t)$ . On retrouve alors l'expression de l'intensité  $I(M) = |\underline{s}(M)|^2$  en fonction de l'amplitude complexe  $\underline{s}(M)$ .

# FICHE SYNTHÈSE

## Modèle scalaire de la lumière

- **Le chemin optique** ( $SM$ ) fournit une mesure en unité de longueur du temps de propagation  $\tau_M$  mis par une onde lumineuse pour aller de  $S$  à  $M$  :

$$(SM) = \int_{(P)S \rightarrow M} n(P) d\ell = c \tau_M.$$

Dans un milieu homogène d'indice  $n$ , le chemin optique s'écrit :  $(SM) = nSM$ .

- Une onde lumineuse émise par une source ponctuelle  $S$  monochromatique de pulsation  $\omega$  peut être décrite en un point  $M$  par un champ scalaire  $s(M, t)$  appelé **amplitude instantanée** dont l'expression est :

$$s(M, t) = A(M) \cos(\omega t - \varphi_M) \quad \text{avec} \quad \varphi_M = \varphi_S + \frac{2\pi}{\lambda_0}(SM).$$

- **Une surface d'onde** est le lieu des points tel que  $(SM) = \text{cste}$ , c'est-à-dire l'ensemble des points atteints au même instant par l'onde lumineuse issue de  $S$ . D'après le **théorème de Malus**, les surfaces d'ondes sont orthogonales aux rayons lumineux.
- Pour **une onde plane** se propageant dans un milieu homogène d'indice  $n$ ,  $O$  étant une origine quelconque,

$$\varphi_M = \varphi_O + \frac{2\pi n}{\lambda_0} \vec{u} \cdot \vec{OM} = \varphi_O + \vec{k} \cdot \vec{OM}.$$

- **L'intensité** (ou éclairement) est proportionnelle à la moyenne du carré de l'amplitude instantanée. Physiquement, il s'agit de la puissance lumineuse moyenne reçue par unité de surface :

$$I(M) = 2 \langle s^2(M, t) \rangle_{\tau_R}$$

où  $\langle \cdot \rangle_{\tau_R}$  représente la moyenne temporelle effectuée sur les temps de réponse  $\tau_R$  du détecteur. Pour une onde monochromatique  $I(M) = A^2(M)$

## Représentation complexe

- On associe une notation complexe à l'amplitude instantanée de l'onde émise par une source monochromatique :

$$s(M, t) = A(M) \cos(\omega t - \varphi_M) \quad \rightarrow \quad \underline{s}(M, t) = \underline{s}(M) e^{j\omega t},$$

où  $\underline{s}(M) = A(M) e^{-j\varphi_M} = \sqrt{I(M)} e^{-j\varphi_M}$  est l'**amplitude complexe** de l'onde en  $M$ . L'intensité au point  $M$  s'écrit :  $I(M) = |\underline{s}(M)|^2$ .

## Interférence à 2 ondes

Lorsque deux ondes se superposent en un point  $M$ , l'amplitude instantanée est  $s(M, t) = s_1(M, t) + s_2(M, t)$ . L'expression de l'intensité en  $M$  dépend de la cohérence des ondes :

- Les deux ondes sont **cohérentes** si :
  - elles sont issues d'une **même source ponctuelle  $S$  monochromatique** de longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0$ . Dans ce cas, la formule de Fresnel s'applique et l'intensité en  $M$  s'écrit :

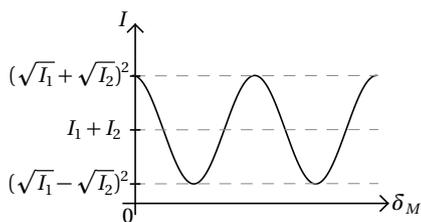
$$I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\Delta\varphi) \quad \text{avec} \quad \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta_M = 2\pi p$$

ou

- elles sont issues d'une **même source ponctuelle  $S$  polychromatique** et la **différence de marche**  $\delta_M = (SM)_2 - (SM)_1$  entre ces deux ondes est telle que  $|\delta_M| < \ell_c$  où  $\ell_c = c\tau_c$  est la longueur de cohérence de la source.
- Sinon, les ondes sont **incohérentes** et l'intensité en  $M$  s'écrit :

$$I(M) = I_1 + I_2.$$

Si les deux ondes sont cohérentes, l'intensité en  $M$  admet des maxima et des minima pour certaines valeurs de la différence de marche  $\delta_M$ .



- Un maximum de l'intensité en  $M$  correspond à une interférence constructive appelée **frange brillante**. Les deux ondes se superposent en phase ce qui correspond à une différence de marche  $\delta_M = p\lambda_0$  avec  $p$  l'ordre d'interférences qui est entier.
- Un minimum de l'intensité en  $M$  correspond à une interférence destructive appelée **frange sombre**. Les deux ondes sont en opposition de phase ce qui correspond à une différence de marche  $\delta_M = p\lambda_0$  avec  $p$  l'ordre d'interférences qui est demi-entier.

La visibilité des franges est quantifiée par **le contraste** :

$$C = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

On obtient un contraste maximal si les intensités  $I_1$  et  $I_2$  des deux ondes sont égales.

RETROUVEZ ICI LA SYNTHÈSE  
DE CE CHAPITRE À TÉLÉCHARGER

[www.lienmini.fr/212907-SYNTH-1](http://www.lienmini.fr/212907-SYNTH-1)



# EXERCICES

## Vrai ou Faux

	Vrai	Faux
a) Pour une onde se propageant dans un milieu homogène d'indice optique $n$ , le chemin optique suivant un rayon lumineux entre deux points $A$ et $B$ est $(AB) = nAB$ où $AB$ est la longueur du segment $[AB]$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b) Une surface d'onde est le lieu des points atteints au même instant par l'onde lumineuse.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c) La mesure de l'intensité de l'onde lumineuse émise par une source ponctuelle monochromatique dépend du détecteur utilisé.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d) Lorsque deux ondes se superposent en un point $M$ , l'amplitude instantanée s'écrit $s(M, t) = s_1(M, t) + s_2(M, t)$ seulement dans le cas où les ondes sont cohérentes.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e) La formule de Fresnel ne s'utilise que dans le cas de la superposition de deux ondes monochromatiques cohérentes.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
f) Une source émettant de la lumière sous forme de trains d'ondes est monochromatique.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
g) Deux ondes émises par la même source polychromatique sont cohérentes.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
h) La visibilité des interférences est d'autant meilleure que les intensités des ondes se superposant sont grandes.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

## Exercices d'application du chapitre 1

●○○  
25 min.

### EXERCICE 1 Calculs de différences de marche

1. Considérons une étoile  $S$  supposée ponctuelle et située à l'infini hors de l'axe optique. L'observation de cette étoile est réalisée par le dispositif schématisé figure 1.16 où un prisme tournant est utilisé pour rediriger les rayons lumineux provenant de l'astre vers un capteur situé dans le plan focal image d'une lentille mince convergente de diamètre  $a$ . Dans tout l'exercice, on considère que l'indice de l'air est  $n_a = 1$ .

Déterminer les différences de marche suivantes :

- (a)  $(SP) - (SQ)$ ;
- (b)  $(SU) - (ST)$ ;
- (c)  $(PM) - (QN)$ .

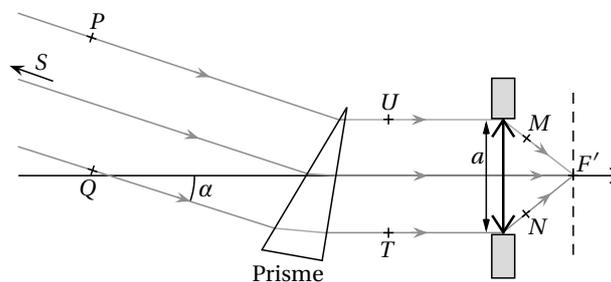


Figure 1.16. Différence de marche après une lentille.

2. Une lame de verre d'indice  $n$  et d'épaisseur  $e_0$  est éclairée par un faisceau issu d'une source  $S$  située à l'infini. Cette lame de verre présente un défaut d'épaisseur où l'épaisseur est localement égale à  $e$ .
- Déterminer la différence de marche  $(SQ) - (SP)$ .
  - Représenter une surface d'onde en entrée de la lame et une surface d'onde en sortie de la lame.

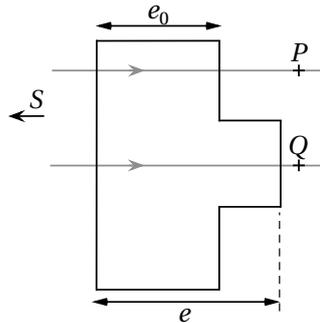


Figure 1.17. Différence de marche introduite par un défaut dans une lame de verre.

●○○  
15 min.

### EXERCICE 2 Longueurs de cohérence

On considère une source dont le spectre est de longueur d'onde moyenne dans le vide  $\lambda_m$  et de largeur spectrale  $\Delta\lambda$ .

- On note  $\ell_c$  la longueur de cohérence de la source, montrer que  $\ell_c = \frac{\lambda_m^2}{\Delta\lambda}$ .
- Une des raies spectrales d'une lampe au mercure basse pression est de longueur d'onde moyenne  $\lambda_m = 546,1$  nm et de largeur spectrale  $\Delta\lambda = 1,0$  nm. Quelle est sa couleur? Calculer la longueur de cohérence  $\ell_c$  de cette source et le nombre moyen d'oscillations dans un train d'ondes.
- Cette source est utilisée pour éclairer un interféromètre en sortie duquel deux trains d'ondes qui ont suivi des chemins différents, de différence de marche  $\delta$ , sont superposés. La différence de marche  $\delta$  est augmentée à partir de la valeur nulle jusqu'à observer un brouillage des franges. Déterminer le nombre de franges brillantes pouvant être observées avant le brouillage.

●○○  
15 min.

### EXERCICE 3 Radar au sommet d'une falaise

Une antenne radar  $R$  se trouve au sommet d'une colline, au bord d'un lac. L'antenne fonctionne avec une longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0 = 400$  m. Lorsque la planète Vénus se lève au-dessus de l'horizon, elle est repérée par l'antenne. Le premier minimum du signal réfléchi par la surface de Vénus est enregistré lorsque Vénus est à  $35^\circ$  au-dessus de l'horizon. La réflexion d'une onde au niveau de l'interface air-eau engendre un retard de phase égal à  $\pi$ . L'indice optique de l'air est supposé égal à celui du vide.

- En considérant Vénus comme une source située à l'infini, représenter les deux ondes issues de la source se superposant en  $R$ .
- Déterminer la différence de marche  $\delta_R$  entre les deux ondes interférant en  $R$ .
- En déduire la hauteur  $h$  de la falaise.

## Exercices d'approfondissement du chapitre 1

●●●  
30 min.

### EXERCICE A Diviseur de faisceau

Un faisceau laser est divisé en deux par une lame séparatrice ( $sp$ ) présentant des coefficients de réflexion et de transmission en amplitude notés  $r$  et  $t$ . Les deux faisceaux issus de la lame séparatrice sont recombinaés sur un écran grâce à un miroir ( $M$ ) (voir figure 1.18). Une réflexion sur ( $M$ ) s'accompagne d'un retard de phase de  $\pi$  de l'onde, on note  $r_M = -1$  son coefficient de réflexion. Les faisceaux forment un angle  $\alpha = 10^\circ$  au niveau de l'écran. On suppose que les deux ondes arrivent en phase en  $O$  et l'indice optique de l'air est assimilé à celui du vide.

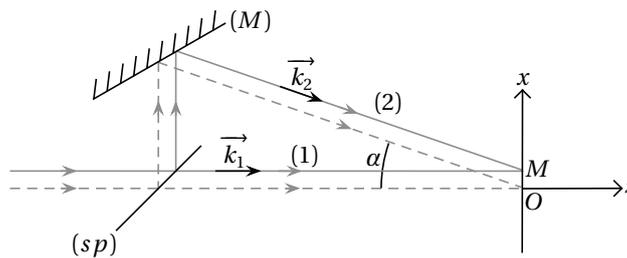


Figure 1.18. Diviseur de faisceau utilisant une lame séparatrice ( $sp$ ).

Afin de déterminer l'intensité en un point  $M$  de l'écran, on s'intéresse dans un premier temps à calculer la différence de marche entre les deux ondes se superposant en  $M$ . Pour cela, on propose deux méthodes :

1. *Méthode 1.* On propose de calculer directement les retards de phase en  $M$  accumulés par les ondes empruntant les chemins (1) et (2).
  - (a) Écrire les amplitudes complexes  $\underline{S}_1$  et  $\underline{S}_2$  des ondes en un point  $M$  de l'écran d'abscisse  $x$  en fonction de  $r$ ,  $t$ ,  $I_0$  et des retards de phase  $\varphi_{1,M}$  et  $\varphi_{2,M}$ . On note  $I_0$  l'intensité du faisceau laser incident.
  - (b) Montrer que la différence de phase entre les deux ondes en  $M$  s'écrit :

$$\varphi_{2,M} - \varphi_{1,M} = (\vec{k}_2 - \vec{k}_1) \cdot \vec{OM},$$

où  $\vec{k}_i$  représente le vecteur d'onde de l'onde suivant le chemin ( $i$ ) avec  $i = 1, 2$ .

- (c) En déduire l'expression de la différence de marche en  $M$  entre les deux ondes.
2. *Méthode 2.* En utilisant la notion de surface d'onde et le théorème de Malus, déterminer la différence de marche en  $M$  entre les deux ondes.
3. Établir l'expression de l'intensité  $I(M)$  au point  $M$ . Quelle est la forme des franges d'interférences?
4. On appelle interfrange  $i$ , la distance sur l'écran entre deux franges brillantes consécutives. Exprimer l'interfrange.
5. Quelles valeurs des coefficients de réflexion  $r$  et de transmission  $t$  permettent de maximiser le contraste des franges?

●●●  
30 min.

### EXERCICE B

#### EXPÉRIMENTAL

### Mesure de l'accélération de la pesanteur avec un miroir de Lloyd (d'après oral Centrale)

On dispose une source ponctuelle  $S$  monochromatique de longueur d'onde  $\lambda_0 = 650 \text{ nm}$  à une distance horizontale  $L = 45 \text{ cm}$  d'un détecteur  $D$ . Initialement, un miroir de longueur  $L/3$  positionné à égale distance de  $S$  et  $D$  se trouve en  $z = 0$  (même cote que  $S$  et  $D$ ). On lâche ce miroir à  $t = 0$  sans vitesse initiale. Il ne subit que les effets de la pesanteur. On rappelle que la réflexion sur un miroir métallique s'accompagne d'un retard de phase égal à  $\pi$ . L'indice optique de l'air est assimilé à celui du vide.

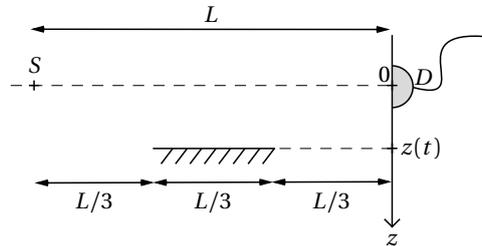


Figure 1.19. Miroir de Lloyd utilisé pour mesurer l'accélération de la pesanteur.

On donne dans le tableau ci-dessous l'instant  $t_k$  auquel est mesuré le  $k^{\text{ième}}$  maximum d'intensité par le détecteur  $D$ .

indice $k$ du maximum	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$t_k$ (ms)	7,42	9,77	11,11	12,08	12,86	13,53	14,10	14,62	15,00

1. Pour une position  $z(t)$  du miroir, représenter les deux rayons qui interfèrent au point  $D$  de l'écran. Ces deux ondes sont-elles cohérentes?
2. On suppose  $L \gg z(t)$ , déterminer la différence de marche  $\delta_D$  entre ces deux ondes au point  $D$ . Pour cela, il pourra être utile de faire apparaître une source fictive  $S'$  image de  $S$  par le miroir.
3. En déduire l'expression de l'intensité en  $D$  en fonction du temps. Quel est l'intensité reçue en  $D$  à  $t = 0$ ? Expliquer.
4. À l'aide du tableau de valeurs fourni, estimer par traitement statistique la valeur de  $g$  ainsi que son incertitude-type.
5. On utilise maintenant une source de lumière blanche pour réaliser l'expérience. Quelle est la durée typique au bout de laquelle l'intensité ne varie plus au point  $D$ ? L'expérience est-elle réalisable avec une telle source?

EXERCICES

●●○  
20 min.

**EXERCICE C Biprisme de Fresnel**

Un biprisme de Fresnel est constitué de deux prismes en verre d'indice  $n = 1,57$  et d'angle au sommet  $A$  très faible, accolés par leurs bases (voir figure 1.20). L'ensemble présente une hauteur  $d = 2,0$  cm. Ce système est éclairé en incidence quasi-normale par une source ponctuelle monochromatique d'intensité  $I_0$  et de longueur d'onde  $\lambda_0 = 650$  nm située à l'infini. L'observation est effectuée sur un écran placé à une distance  $\ell$  derrière le biprisme. L'indice optique de l'air est assimilé à celui du vide.

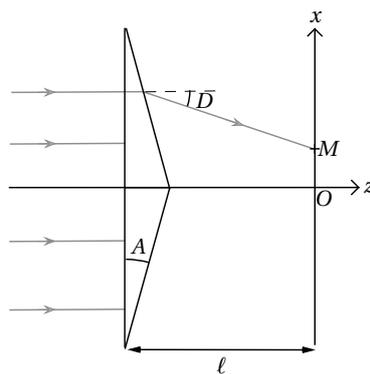


Figure 1.20. Interférences avec un biprisme de Fresnel.

1. Déterminer l'expression approchée, dans l'approximation des petits angles, de la déviation angulaire  $D$  d'un rayon lumineux en sortie d'un des prismes en fonction de  $n$  et  $A$ .
2. En utilisant les surfaces d'ondes et le théorème de Malus, exprimer la différence de marche  $\delta_M$  entre les deux ondes se superposant en un point  $M$  d'abscisse  $x$  de l'écran.
3. En déduire l'intensité au point  $M$ . Quelle est la forme des franges sur l'écran?
4. On définit l'interfrange  $i$  comme la distance entre deux maxima d'intensité sur l'écran. Déterminer l'expression de  $i$ . Quelle condition doit satisfaire l'angle au sommet des prismes afin que les interférences sur l'écran soient visibles par un œil emmétrope au punctum proximum?
5. À quelle distance  $\ell_{\text{opt}}$  faut-il placer l'écran pour observer le plus grand nombre de franges?

## Sujets de concours

●●○  
30 min.

### Sujet I Interférométrie à 2 ondes (d'après écrit CCINP PC)

On s'intéresse au dispositif interférentiel de Mach-Zehnder schématisé sur la figure 1.21 dans lequel on trouve deux miroirs plans ( $M_1$ ) et ( $M_2$ ) ainsi que deux lames séparatrices ( $SP_1$ ) et ( $SP_2$ ) d'épaisseurs supposées nulles, tous ces instruments étant inclinés à  $45^\circ$  par rapport aux faisceaux optiques. Une source ponctuelle  $S$  est placée au foyer objet d'une lentille convergente ( $L$ ). Le faisceau réfracté par la lentille est séparé en deux parties de même intensité par la lame ( $SP_1$ ) pour être recomposé partiellement au niveau de la séparatrice ( $SP_2$ ) identique à la première, après réflexion sur l'un ou l'autre des miroirs. Le faisceau émergent est ensuite reçu sur un écran ( $EC$ ).

Ce dispositif est entièrement plongé dans l'air dont on admettra que l'indice a pour valeur  $n_0 = 1$ .

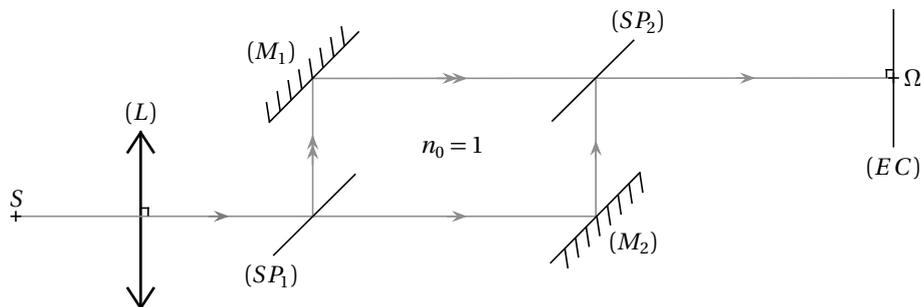
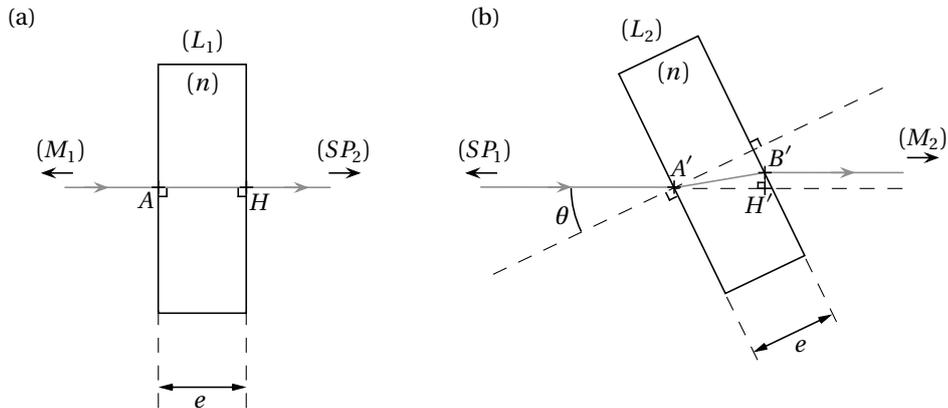


Figure 1.21. Interféromètre de Mach-Zehnder.

1. Justifier, *sans calcul*, qu'en l'état de la figure 1.21, tous les points éclairés sur l'écran ( $EC$ ) reçoivent deux ondes en phase. En déduire l'aspect, brillant ou sombre, de la tache lumineuse sur l'écran.
2. Sur le trajet issu de ( $M_1$ ) et dirigé vers ( $SP_2$ ) on introduit (voir figure 1.22(a)) une lame à faces parallèles ( $L_1$ ) d'épaisseur  $e$  et d'indice  $n$ , perpendiculaire au faisceau. Sur l'autre trajet, de ( $SP_1$ ) vers ( $M_2$ ) on introduit une lame à faces parallèles ( $L_2$ ) identique à la première (voir figure 1.22(b)), mais faiblement inclinée, de manière à se présenter sous une faible incidence  $\theta$  par rapport au faisceau.
  - (a) Exprimer, pour le parcours de ( $M_1$ ) à ( $SP_2$ ), la différence de marche supplémentaire  $\delta_1$  introduite par la présence de lame à face parallèle ( $L_1$ ).
  - (b) Exprimer, pour le parcours de ( $SP_1$ ) à ( $M_2$ ), le chemin optique ( $A'B'$ ) puis la distance  $A'H'$  (projection de  $A'B'$  sur l'axe optique) en fonction de l'angle  $\theta$  supposé très petit et des données  $n$  et  $e$ . En déduire la différence de marche supplémentaire  $\delta_2$  introduite par la présence de la lame à face parallèle ( $L_2$ ).  
*Les calculs seront développés en les limitant au second ordre (inclus) en  $\theta$ .*

- (c) En supposant que la source (S) émette une onde monochromatique de longueur d'onde  $\lambda_0$  dans le vide, exprimer le déphasage  $\Phi$  des faisceaux au niveau de la tache sur l'écran. L'éclairement sur l'écran est-il alterné ou uniforme?



**Figure 1.22.** Différence de marche introduite par une lame de verre (a) en incidence normale ou (b) en incidence oblique.

3. En augmentant lentement l'angle  $\theta$  à partir d'une valeur nulle (sous réserve qu'il demeure petit), on peut obtenir sa mesure en relevant celle de l'éclairement et à condition de compter le nombre entier  $k$  de passages par un maximum de brillance.
- Pour quelles valeurs  $\theta_k$  de  $\theta$  a-t-on un éclairement maximal? En prenant  $\lambda_0 = 632,8$  nm,  $n = 1,5$  et  $e = 1$  mm, calculer en degrés la valeur  $\theta_1$  de l'angle correspondant au premier maximum d'intensité ( $k = 1$ ).
  - Si ce dispositif était utilisé pour la mesure d'angles, dans quel sens faudrait-il modifier l'épaisseur de la lame pour gagner en sensibilité?
  - En supposant que la source ait une longueur de cohérence  $\ell_c = 10$   $\mu\text{m}$ , quelle condition devrait-on imposer à l'épaisseur de la lame si l'on voulait mesurer un angle maximal de  $1^\circ$ ?

# CORRIGÉS

## Corrigés des Vrai/Faux

a) Vrai. Dans un milieu homogène, la lumière se propage en ligne droite. Le chemin optique entre deux points  $A$  et  $B$  reliés par un rayon lumineux est :

$$(AB) = \int_{A \rightarrow B} n(P) d\ell = n \int_{A \rightarrow B} d\ell = nAB.$$

b) Vrai. Une surface d'onde est l'ensemble des points  $M$  tels que le chemin optique ( $SM$ ) est constant. Or le chemin optique est une mesure en unité de longueur du temps de propagation  $\tau_M : (SM) = c\tau_M$ . Il est donc équivalent de définir une surface d'onde comme l'ensemble des points atteints par l'onde après un même instant  $\tau_M$  depuis la source.

c) Faux. Les détecteurs présentent des temps de réponse  $\tau_R$  très grands devant la période de l'onde lumineuse. On peut donc considérer que l'effet de moyennage temporel est identique pour tous les détecteurs. De plus, la source étant ponctuelle, l'émission est isotrope de telle sorte que la puissance reçue par un détecteur est proportionnelle à la surface active du détecteur. Il s'ensuit que l'intensité mesurée, correspondant à la puissance reçue par unité de surface du détecteur, est identique d'un détecteur à l'autre si la géométrie du montage est conservée. Finalement, la mesure de l'intensité de l'onde lumineuse émise par une source ponctuelle monochromatique est bien indépendante du détecteur utilisé.

d) Faux. L'amplitude instantanée est additive. Ainsi, pour deux ondes se superposant en un point  $M$ , qu'elles soient cohérentes ou incohérentes, l'amplitude instantanée en  $M$  s'écrit :  $s(M, t) = s_1(M, t) + s_2(M, t)$ . Par contre, l'expression de l'intensité en  $M$  dépend du caractère cohérent ou non des deux ondes.

e) Vrai. La formule de Fresnel a été démontrée dans le cours dans le cas de la superposition de deux ondes monochromatiques cohérentes et ne s'applique que dans ce cas.



### Conseils méthodologiques

Pour calculer l'intensité résultant de la superposition cohérente de  $N$  ondes ( $N > 2$ ), il faut revenir à l'additivité des amplitudes instantanées et calculer l'intensité en utilisant soit la formule faisant apparaître l'amplitude complexe de l'onde soit celle impliquant un moyennage temporel du signal réel.

f) Faux. Un signal constitué de trains d'onde n'est pas sinusoïdal. D'après l'analyse de Fourier son spectre est composé de plusieurs fréquences, la source est donc polychromatique.

g) Faux. Deux ondes sont cohérentes si les deux conditions suivantes sont réunies :

- elles sont issues de la même source ponctuelle  $S$  ;
- la différence de marche  $\delta_M$  entre ces deux ondes est inférieure en valeur absolue à la longueur de cohérence de la source  $\ell_c : |\delta_M| < \ell_c$ .

h) Faux. La visibilité des interférences est quantifiée par le contraste  $C$  dont l'expression dans le cas d'une interférence à 2 ondes est :

$$C = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2} = 2 \frac{\sqrt{I_1/I_2}}{1 + I_1/I_2}.$$

Le contraste ne dépend que du rapport  $I_1/I_2$  et est maximal lorsque  $I_1 = I_2$ .

## Corrigés des exercices d'application

### EXERCICE 1

1. Évaluons les différences de marche.

(a) Pour la différence de marche  $(SP) - (SQ)$  :



#### Conseils méthodologiques

Pour calculer une différence de marche, la méthode est la suivante :

- utiliser le théorème de Malus afin de trouver une surface d'onde  $(\pi)$  passant par un des points;
- simplifier la différence de marche recherchée en utilisant l'égalité des chemins optiques entre la source et les points de la surface d'onde;
- il reste alors à évaluer par des arguments de géométrie les chemins optiques restants. Il faut bien prendre garde au milieu dans lequel se propage l'onde et ne pas oublier le cas échéant de prendre en compte l'indice optique  $n$  du milieu dans le calcul du chemin optique.

► Dans le cas proposé dans l'exercice, les rayons arrivant de l'étoile située à l'infini sont parallèles entre eux. Le théorème de Malus indique que les surfaces d'ondes sont perpendiculaires aux rayons lumineux, ces surfaces sont donc planes. On peut donc tracer la surface d'onde  $(\pi)$  passant par le point  $P$ . On note  $R$  le point d'intersection de  $(\pi)$  avec le rayon passant par  $Q$ .

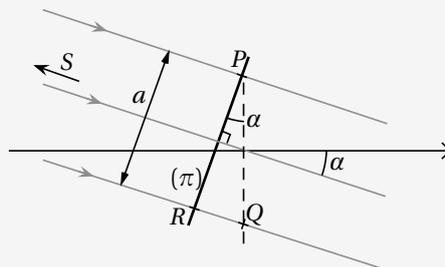


Figure 1.23. Plan d'onde permettant d'évaluer la différence de marche  $(SP) - (SQ)$ .

► Par définition d'une surface d'onde, on a l'égalité des chemins optiques  $(SP) = (SR)$ . Il s'ensuit que la différence de marche  $(SP) - (SQ)$  peut se réécrire sous la forme :

$$(SP) - (SQ) = (SP) - [(SR) + (RQ)] = -(RQ).$$

► L'indice optique de l'air est  $n_a \approx 1$ , il vient alors  $(RQ) = RQ = a \tan(\alpha)$  (voir figure 1.23) et donc  $(SP) - (SQ) = -a \tan(\alpha)$ .

(b) ► À la sortie du prisme, les rayons lumineux sont parallèles entre eux. D'après le théorème de Malus, les surfaces d'ondes sont perpendiculaires aux rayons lumineux, elles sont donc planes après le prisme. En traçant la surface d'onde  $(\pi_2)$  passant par  $U$ , on voit que cette surface d'onde comprend aussi le point  $T$  (voir figure 1.24).  $U$  et  $T$  appartenant à la même surface d'onde, on a  $(SU) = (ST)$  et donc  $(SU) - (ST) = 0$ .

(c) ► Calculons la différence de marche  $(PM) - (QN)$ .

► Le point  $F'$  est le point image de  $S$  par le dispositif. Par retour inverse de la lumière, le point  $F'$  se comporte comme un point objet qui émet des ondes sphériques.

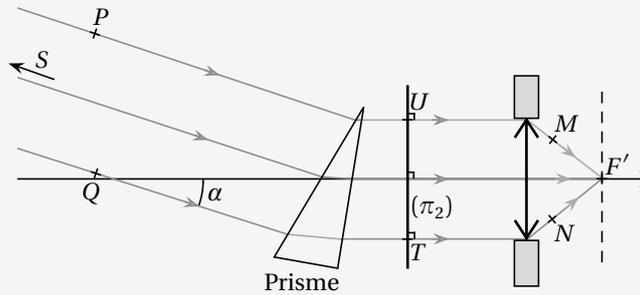


Figure 1.24. Plan d'onde permettant d'évaluer la différence de marche  $(SU) - (ST)$ .



Conseils méthodologiques

Afin de tracer les surfaces d'ondes, il peut être utile d'invoquer le principe de *retour inverse de la lumière*. Un point image devient alors un point objet qui émet des ondes sphériques. On peut alors tracer les surfaces d'ondes en partant de ce point objet fictif.

► En traçant la surface d'onde  $(\pi_3)$  passant par  $M$  pour cette onde sphérique, on remarque que la surface d'onde passe aussi par  $N$  (voir figure 1.25). Par définition de la surface d'onde, on a alors  $(F'M) = (F'N)$ .

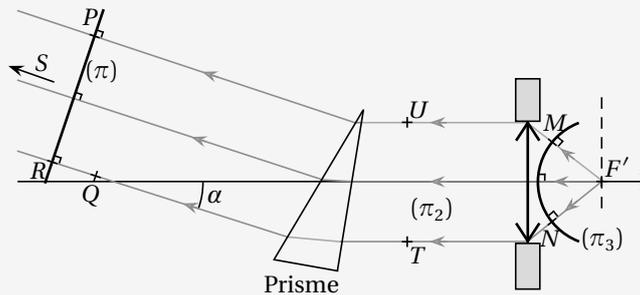


Figure 1.25. Différence de marche  $(PM) - (QN)$  obtenue par retour inverse de la lumière.

► De même, les rayons issus de  $F'$  sont parallèles entre eux en sortie du prisme se dirigeant avec un angle  $\alpha$  vers l'étoile. Le plan  $(\pi)$  défini précédemment passant par  $P$  et  $R$  reste une surface d'onde en inversant le sens de propagation. Il s'ensuit que  $(F'P) = (F'R)$ .

► On peut donc écrire la différence de marche recherchée sous la forme :

$$(PM) - (QN) = \underbrace{[(PF') - (MF')]}_{(PM)} - \underbrace{[(QF') - (NF')]}_{(QN)} = (PF') - (QF') = (PF') - \underbrace{[(RF') - (RQ)]}_{(QF')} = (RQ).$$

D'après la question 1.(a),  $(RQ) = RQ = a \tan(\alpha)$ . Finalement, la différence de marche s'écrit :

$$(PM) - (QN) = a \tan(\alpha).$$

2. (a) ► La source étant située à l'infini, les rayons lumineux arrivant sur la lame sont parallèles entre eux. Utilisons le théorème de Malus en entrée de lame : les rayons lumineux étant parallèles entre eux, la surface d'onde est plane.

► On trace la surface d'onde  $(\pi)$  coupant le rayon 2 en  $A$  et le rayon 1 en  $B$ . Par définition d'une surface d'onde, on a  $(SA) = (SB)$  (voir figure 1.26).

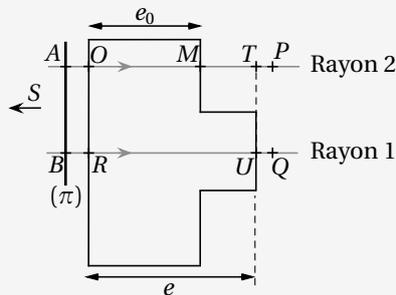


Figure 1.26. Différence de marche  $(SQ) - (SP)$ .

► On peut alors réécrire la différence de marche  $(SQ) - (SP)$  sous la forme :

$$\begin{aligned} (SQ) - (SP) &= \underbrace{[(SB) + (BR) + (RU) + (UQ)]}_{(SQ)} - \underbrace{[(SA) + (AO) + (OT) + (TP)]}_{(SP)} \\ &= [(BR) + (RU) + (UQ)] - [(AO) + (OT) + (TP)] \end{aligned}$$

► De plus, la propagation entre le plan de la surface d'onde et l'entrée de la lame ainsi qu'entre la sortie du défaut et le plan de P et de Q se fait exclusivement dans l'air d'indice  $n_a = 1$ . On en déduit les relations :

$$(AO) = (BR) \quad \text{et} \quad (TP) = (UQ).$$

► On peut alors exprimer les différents chemins optiques restants en fonction des données du problème :



#### Conseils méthodologiques

Entre O et T, le rayon lumineux passe pour une partie dans le verre et une partie dans l'air. Pour calculer  $(OT)$ , il faut décomposer le chemin optique en deux parties :

$$(OT) = (OM) + (MT),$$

où  $(OM)$  représente le chemin optique dans le verre et  $(MT)$  le chemin optique dans l'air. Le verre possédant un indice optique  $n$ , le chemin optique  $(OM) = nOM$  où  $OM$  est la longueur du segment. La partie  $(MT)$  s'effectue quant à elle dans l'air, on a  $(MT) = MT$ . Il vient alors :

$$(OT) = nOM + MT = ne_0 + 1 \times (e - e_0).$$

Le trajet du rayon 1 entre R et U s'effectuant dans le verre, on a :

$$(RU) = ne.$$

► Finalement, la différence de marche  $(SQ) - (SP)$  s'écrit :

$$(SQ) - (SP) = (n - 1)(e - e_0).$$

(b) ► Une surface d'onde correspond à la surface formée par l'ensemble des points de même chemin optique. Prenons comme référence le point Q situé sur le rayon passant au niveau du défaut, on cherche l'ensemble des points M tels que  $(SM) = (SQ)$ .

► Pour les rayons lumineux passant par le défaut de la lame, ils traversent la même épaisseur de verre que le rayon 1 donc la surface d'onde en sortie est localement plane passant par Q.

► Si on considère maintenant un rayon 2 passant dans la lame mais en dehors du défaut, il traverse une épaisseur de verre  $e_0 < e$ . Pour arriver au même chemin optique que le rayon 1 passant au niveau du défaut, c'est-à-dire traversant une plus grande épaisseur de verre d'indice  $n > 1$ , il doit parcourir un trajet plus long dans l'air. On a calculé précédemment la différence de marche  $(SQ) - (SP) = (n - 1)(e - e_0)$ . Ceci signifie que le chemin optique  $(SP)$  sur le rayon 2 est d'une longueur optique  $(n - 1)(e - e_0)$  plus courte que le chemin  $(SQ)$ . Pour compenser cela, la longueur du trajet du rayon 2 doit être rallongée de  $(n - 1)(e - e_0)$  dans l'air pour arriver au même chemin optique que  $(SQ)$  de telle sorte que le point  $P'$  du rayon 2 appartienne à la même surface que  $Q$ ,  $(SP') = (SQ)$ .

► Si on considère maintenant un rayon 3 ne passant pas dans la lame, il réalise l'ensemble du trajet dans l'air. Il doit donc parcourir un trajet plus long que le rayon 2 passant dans la lame de verre d'épaisseur  $e_0$  afin d'arriver au même chemin optique. La différence de marche est alors  $(SP') - (SR) = (n - 1)e_0$ . Pour compenser cela, le trajet du rayon 3 doit être rallongé dans l'air par rapport à celui du rayon 2 d'une longueur  $(n - 1)e_0$  afin de retrouver la même surface d'onde que  $P'$  et donc  $Q$ .

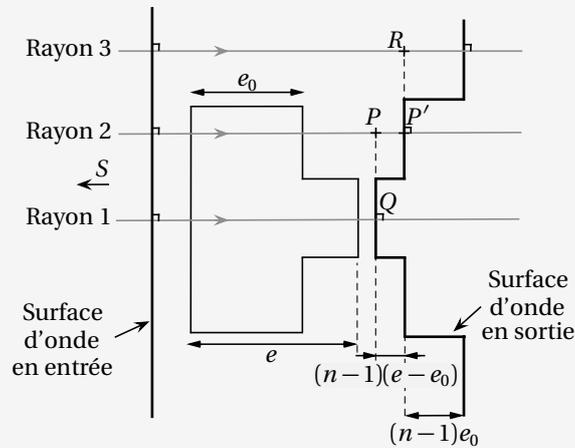


Figure 1.27. Surface d'onde passant par  $Q$  en sortie de la lame de verre.

## EXERCICE 2

1. ► Le temps de cohérence  $\tau_c$  est relié à la largeur spectrale en fréquence de la source par la relation de la transformée de Fourier :

$$\Delta f \tau_c \approx 1.$$

► Notons  $\lambda_m$  la longueur d'onde moyenne dans le vide du spectre de la source et  $\Delta\lambda$  sa largeur spectrale en longueur d'onde. Dans le vide  $f = c/\lambda_0$ , on peut exprimer  $\Delta f$  en fonction de  $\lambda_m$  et  $\Delta\lambda$  :

$$\Delta f = \Delta \left( \frac{c}{\lambda_0} \right) \approx c \frac{\Delta\lambda}{\lambda_m^2}.$$

Le temps de cohérence s'écrit alors :

$$\tau_c \approx \frac{\lambda_m^2}{c \Delta\lambda}.$$

► La longueur de cohérence est  $\ell_c = c \tau_c$ , elle s'exprime donc sous la forme proposée :

$$\ell_c = \frac{\lambda_m^2}{\Delta\lambda}.$$

2.  $\triangleright$  La longueur d'onde de cette raie spectrale correspond au vert.  
 $\triangleright$  L'application numérique donne  $\ell_c = 0,30$  mm.  
 $\triangleright$  Dans le modèle des trains d'ondes, la durée moyenne d'un train d'ondes est donnée par le temps de cohérence  $\tau_c = c\ell_c$ . L'onde transportée par un train d'ondes possède une périodicité temporelle de  $T_0 = \lambda_m/c$  où  $\lambda_m$  est la longueur d'onde moyenne dans le vide du spectre de la source. On en déduit que le nombre moyen d'oscillations dans un train d'ondes est  $N_{\text{moy}} = \tau_c/T_0 = \ell_c/\lambda_m = 5,5 \cdot 10^2$ .  
 3.  $\triangleright$  La superposition de deux trains d'ondes donne lieu à des interférences tant  $|\delta| < \ell_c$ .  
 $\triangleright$  En faisant varier  $\delta$ , on observe des franges brillantes, c'est-à-dire des maxima d'intensité, lorsque  $\delta = k\lambda_m$  avec  $k$  un entier. Les franges se brouillent dès que  $|\delta| = \ell_c$ . On en déduit que l'ordre de grandeur du nombre de franges brillantes observables avant que les ondes deviennent incohérentes est  $\ell_c/\lambda_m = N_{\text{moy}} = 5,5 \cdot 10^2$ .

### EXERCICE 3

1.  $\triangleright$  La source est située à l'infini, les rayons arrivant au niveau de l'antenne sont donc parallèles entre eux et forment un angle  $\theta$  par rapport à l'horizontale.  
 $\triangleright$  Deux ondes venant de Vénus se superposent en  $R$  : une onde qui s'est propagée en ligne droite et une onde qui s'est réfléchi sur la surface du lac. Les rayons associés à la propagation de chacune de ces ondes sont représentés sur la figure 1.28.

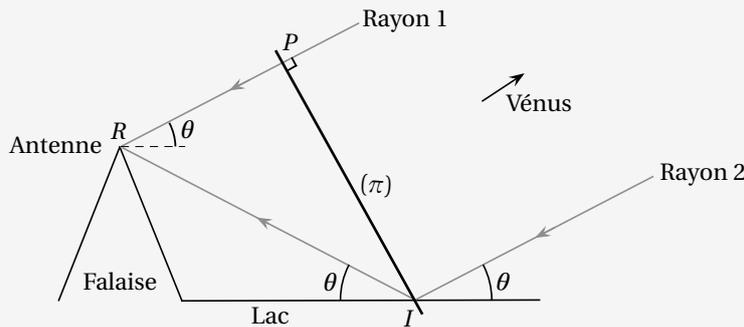


Figure 1.28. Représentation des deux rayons issus de Vénus se superposant au niveau du détecteur.

2.  $\triangleright$  Notons  $V$  la position de Vénus, on cherche à déterminer la différence de marche  $\delta_R = (VR)_2 - (VR)_1$  où  $(VR)_i$  correspond au chemin optique entre  $V$  et  $R$  de l'onde portée par le rayon  $i$ . Pour cela, en utilisant le théorème de Malus, on peut tracer la surface d'onde  $(\pi)$  passant par le point d'incidence  $I$  du rayon 2 sur le lac (voir figure 1.28). Les rayons venant de Vénus étant parallèles entre eux, la surface d'onde  $(\pi)$  est plane, on note  $P$  le point d'intersection de cette surface d'onde et du rayon 1. Par définition d'une surface d'onde, on a  $(VP) = (VI)$ . La différence de marche recherchée devient :

$$\delta_R = (VR)_2 - (VR)_1 = (IR) - (PR).$$

- $\triangleright$  Sur le chemin optique  $(IR)$ , le rayon se réfléchit à la surface du lac puis effectue le trajet entre  $I$  et  $R$ . La réflexion sur le lac engendre un retard de phase de  $\pi$  ce qui correspond à un chemin optique de  $\lambda_0/2$  qui se rajoute à la longueur géométrique. On en déduit que  $(IR) = IR + \lambda_0/2$ . En notant  $h$  la hauteur de la falaise, on a :

$$(IR) = \frac{h}{\sin(\theta)} + \frac{\lambda_0}{2}.$$



**Conseils méthodologiques**

Il est possible que la réflexion d'une onde sur une surface introduise un retard de phase de  $\Delta\varphi = \pi$ , c'est le cas dans cet exercice mais aussi lorsqu'une onde électromagnétique se réfléchit sur un miroir métallique. Ce retard de phase de  $\pi$  se traduit par une augmentation du chemin optique de l'onde réfléchi d'une quantité  $\delta = \Delta\varphi/k_0 = \lambda_0/2$  où  $k_0 = 2\pi/\lambda_0$  est le vecteur d'onde dans le vide. Il ne faut donc pas oublier de rajouter la contribution de la réflexion au chemin optique géométrique lors du calcul du chemin optique total.

► Le trajet du rayon 1 se faisant uniquement dans l'air,  $(PR) = PR$ . Par des arguments de géométrie, on a :

$$PR = IR \cos(2\theta) = \frac{h}{\sin(\theta)} \cos(2\theta).$$

► On en déduit l'expression de la différence de marche :

$$\delta_R = (VR)_2 - (VR)_1 = \frac{h}{\sin(\theta)} (1 - \cos(2\theta)) + \frac{\lambda_0}{2} = 2h \sin(\theta) + \frac{\lambda_0}{2}.$$

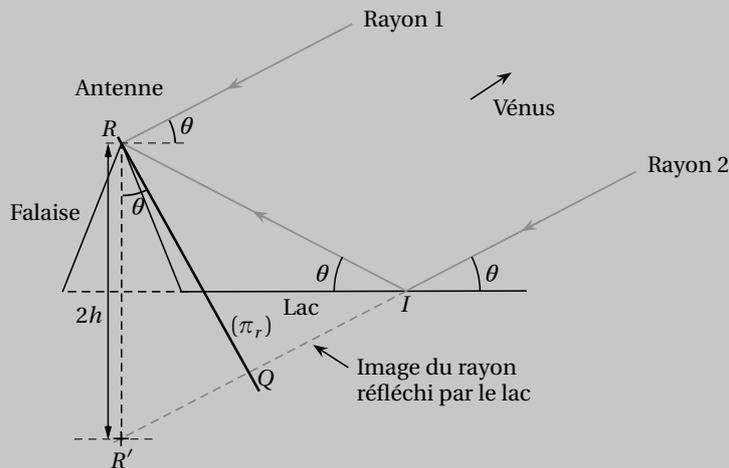
**Conseils méthodologiques**

Une méthode utile pour calculer la différence de marche lorsqu'il y a réflexion d'un des rayons sur une surface consiste à travailler avec le rayon image du rayon réfléchi par le dioptre (voir figure 1.29). En utilisant le théorème de Malus, la différence de marche  $\delta_R$  s'écrit alors :

$$\delta_R = (VR)_2 - (VR)_1 = QR' + \frac{\lambda_0}{2},$$

où  $R'$  est l'image de  $R$  par la surface du lac et  $Q$  le point d'intersection de la surface d'onde  $(\pi_r)$  avec l'image du rayon réfléchi. Par trigonométrie, on a directement :

$$QR' = 2h \sin(\theta) \quad \text{donc} \quad \delta_R = 2h \sin(\theta) + \frac{\lambda_0}{2}.$$



**Figure 1.29.** Calcul de la différence de marche lors d'une réflexion.

3. ▶ La détection d'un minimum du signal provenant de Vénus correspond à une interférence destructive entre les deux ondes précédemment considérées. La condition d'interférences destructives est  $\delta_R = (k + 1/2)\lambda_0$  avec  $k$  un entier. En utilisant l'expression de  $\delta_R$  trouvée à la question précédente, on a :

$$2h \sin(\theta) + \frac{\lambda_0}{2} = k\lambda_0 + \frac{\lambda_0}{2} \implies 2h \sin(\theta) = k\lambda_0.$$

▶ Le plus petit angle pour lequel un minimum est détecté correspond donc à  $k = 1$ . En notant  $\theta_{\min} = 35^\circ$ ,

$$h = \frac{\lambda_0}{2 \sin(\theta_{\min})} = 349 \text{ m.}$$

## Corrigés des exercices d'approfondissement

### EXERCICE A

1. (a) ▶ Les amplitudes complexes des ondes  $\underline{S}_1$  et  $\underline{S}_2$  se superposant en  $M$  s'écrivent :

$$\underline{S}_1 = t \sqrt{I_0} e^{-j\varphi_{1,M}} \quad \text{et} \quad \underline{S}_2 = r \sqrt{I_0} e^{-j\varphi_{2,M}}$$

avec  $\varphi_{1,M} = k_0(SM)_1$  et  $\varphi_{2,M} = k_0(SM)_2$  où  $k_0 = 2\pi/\lambda_0$  et  $S$  le point source situé à l'infini. La séparation du faisceau ayant lieu au niveau de la lame séparatrice en  $P$  (voir figure 1.30), on a  $(SP)_1 = (SP)_2$ . Les retards de phase des ondes en  $M$  se réécrivent sous la forme  $\varphi_{1,M} = k_0(PM)_1$  et  $\varphi_{2,M} = k_0(PM)_2$ .



#### Conseils méthodologiques

$r$  et  $t$  sont les coefficients de réflexion et de transmission en amplitude au passage de la lame. L'amplitude de l'onde réfléchiée est donc  $r\sqrt{I_0}$  et celle de l'onde transmise est  $t\sqrt{I_0}$ . Il ne faut pas oublier de multiplier les amplitudes des ondes entrantes de la lame par ces coefficients.

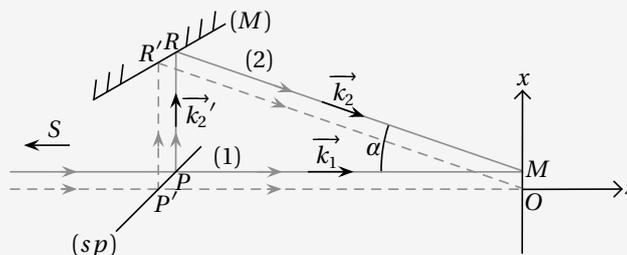


Figure 1.30. Ondes interférant en un point  $M$  d'abscisse  $x$  sur l'écran dans le diviseur de faisceau.

(b) ▶ La différence de phase entre les deux ondes en  $M$  s'écrit :

$$\varphi_{2,M} - \varphi_{1,M} = k_0((PM)_2 - (PM)_1) = k_0(\underbrace{[(PR)_2 + (RM)_2]}_{(PM)_2} - (PM)_1),$$

où  $(PR)_2 = PR + \lambda_0/2$  contient une composante géométrique correspondant au chemin parcouru par l'onde entre la lame séparatrice et le miroir et une composante due à la réflexion sur le miroir qui introduit un retard de phase de  $\pi$  correspondant à une augmentation du chemin optique de  $\lambda_0/2$ .

► Il est indiqué dans l'énoncé que les ondes arrivent en phase en  $O$ . Il s'ensuit que  $\varphi_{2,0} - \varphi_{1,0} = 0$ .

► La différence de phase en  $M$  peut donc s'écrire :

$$\begin{aligned}\varphi_{2,M} - \varphi_{1,M} &= (\varphi_{2,M} - \varphi_{2,0}) - (\varphi_{1,M} - \varphi_{1,0}) \\ &= k_0 [((PR)_2 + (RM)_2) - ((P'R')_2 + (R'O)_2)] - [(PM)_1 - (P'O)_1]\end{aligned}$$

### Rappel

Pour une onde plane, le retard de phase dû à la propagation entre un point  $O$  et  $M$  reliés par un rayon lumineux s'écrit  $\varphi_M = \vec{k} \cdot \vec{OM}$  avec  $\vec{k} = k \vec{u} = \frac{2\pi n}{\lambda_0} \vec{u}$  où  $\vec{u}$  est le vecteur directeur du rayon lumineux et  $n$  l'indice optique du milieu.

► On note  $\vec{k}'_2 = k_0 \vec{u}'_2$  où  $\vec{u}'_2$  est le vecteur directeur du rayon allant de  $P$  à  $R$ . Notons que la norme de  $\vec{k}'_2$  est  $k_0$  car on suppose que l'indice optique de l'air est assimilable à celui du vide. Les ondes étant planes, la différence de phase peut s'écrire :

$$\begin{aligned}\varphi_{2,M} - \varphi_{1,M} &= [((\vec{k}'_2 \cdot \vec{PR} + \vec{k}_2 \cdot \vec{RM}) + \pi) - (\vec{k}'_2 \cdot \vec{P'R'} + \vec{k}_2 \cdot \vec{R'O} + \pi)] \\ &\quad - [(\vec{k}_1 \cdot \vec{PM} - \vec{k}_1 \cdot \vec{P'O})] \\ &= (\vec{k}_2 - \vec{k}_1) \cdot \vec{OM} + (\vec{k}'_2 - \vec{k}_1) \cdot \vec{PP'} + (\vec{k}_2 - \vec{k}'_2) \cdot \vec{RR'}\end{aligned} \quad (1.1)$$

► Par la loi de la réflexion de Snell-Descartes, on remarque que  $\vec{k}'_2 - \vec{k}_1$  est orthogonal à  $\vec{PP'}$  et  $\vec{k}'_2 - \vec{k}_2$  est orthogonal à  $\vec{RR'}$ . Il vient donc :

$$\varphi_{2,M} - \varphi_{1,M} = (\vec{k}_2 - \vec{k}_1) \cdot \vec{OM}.$$

(c) ► Les vecteurs  $\vec{k}_1$  et  $\vec{k}_2$  s'écrivent dans le repère  $(Oxz)$  :

$$\vec{k}_1 = k_0 \vec{u}_z \quad \text{et} \quad \vec{k}_2 = k_0 \cos(\alpha) \vec{u}_z - k_0 \sin(\alpha) \vec{u}_x.$$

► Avec  $\vec{OM} = x \vec{u}_x$ , on en déduit l'expression de la différence de phase en  $M$  :

$$\varphi_{2,M} - \varphi_{1,M} = -x k_0 \sin(\alpha).$$

► La différence de marche entre les deux ondes est donc :

$$\delta_M = (\varphi_{2,M} - \varphi_{1,M}) / k_0 = -x \sin(\alpha).$$

**2.** La différence de marche en un point  $M$  de l'écran peut aussi être évaluée en utilisant le théorème de Malus. Au point  $M$ , considérons les deux plans d'onde ( $\pi_1$ ) et ( $\pi_2$ ) respectivement associés aux ondes ayant suivi les chemins (1) et (2) (voir figure 1.31(a)). En considérant que les ondes arrivent en phase en  $O$ , la différence de marche peut s'écrire :

$$\delta_M = (SM)_2 - (SM)_1 = [(SM)_2 - (SO)_2] - [(SM)_1 - (SO)_1].$$

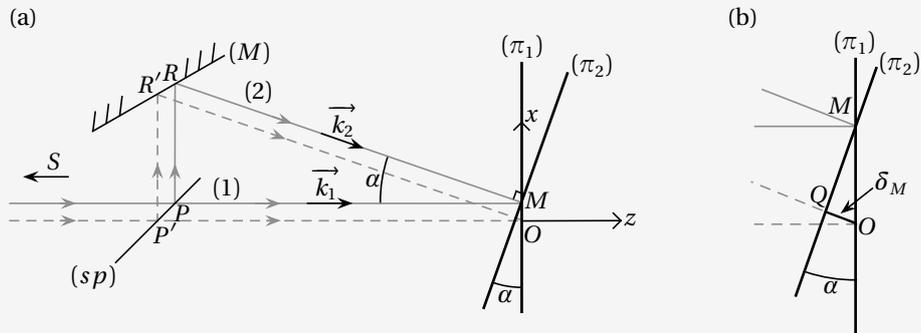
Le théorème de Malus donne les relations entre les chemins optiques :

$$(SO)_1 = (SM)_1 \quad \text{et} \quad (SM)_2 = (SQ)_2.$$

La différence de marche s'écrit donc (voir figure 1.31(b)) :

$$\delta_M = -(QO)_2 = -QO = -x \sin(\alpha).$$

On retrouve l'expression du chemin optique démontrée précédemment.



**Figure 1.31.** (a) Tracé des surfaces d'ondes en  $M$ . (b) Calcul de la différence de marche  $\delta_M$  en utilisant les surfaces d'ondes.



**Conseils méthodologiques**

Il faut privilégier l'utilisation des surfaces d'ondes et du théorème de Malus dans le calcul des différences de marche. Cette méthode mène au résultat de manière plus rapide et moins calculatoire que d'exprimer les retards de phase des ondes planes avec des produits scalaires.

**3.** > Les deux ondes qui se superposent en  $M$  sont cohérentes car issues de la même source monochromatique, la formule de Fresnel s'applique, l'intensité en  $M$  s'écrit :

$$I(M) = r^2 I_0 + t^2 I_0 + 2r t I_0 \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} x \sin(\alpha)\right).$$



**Attention!**

Les ondes qui se superposent en  $M$  n'ont, *a priori*, pas les mêmes intensités. L'onde empruntant le chemin (1) a une intensité  $I_1 = t^2 I_0$  tandis que l'onde empruntant le chemin (2) a une intensité  $I_2 = r^2 I_0$ .

> Une frange d'interférences correspond à l'ensemble des points  $M$  présentant la même valeur d'ordre d'interférences  $p_M = \delta_M / \lambda_0 = -x \sin(\alpha) / \lambda_0$ . L'ensemble de ces points possèdent la même abscisse  $x$ , les franges sont donc rectilignes de direction perpendiculaire à l'axe  $(Ox)$ .

**4.** > Il y a interférence constructive sur l'écran si  $\delta_M = k \lambda_0$  avec  $k$  un entier. En utilisant l'expression de  $\delta_M$  trouvée précédemment, on en déduit qu'il y a interférence constructive pour les points  $M$  de l'écran situés à une abscisse  $x_k$  donnée par :

$$x_k = k \frac{\lambda_0}{\sin(\alpha)} \quad \text{avec } k \text{ entier.}$$

> L'interfrange étant la distance entre deux interférences constructives consécutives sur l'écran, elle s'exprime selon :

$$i = x_{k+1} - x_k = \frac{\lambda_0}{\sin(\alpha)}.$$

**Remarque**

Les interférences constructives correspondent à des valeurs de  $x$  fixées, elles sont donc de forme rectiligne de direction perpendiculaire à l'axe  $(Ox)$ . On observe donc sur l'écran une alternance de franges rectilignes brillantes (interférences constructives) et sombres (interférences destructives).

5. > Il a été vu dans le cours que le contraste de la figure d'interférences est maximal lorsque les intensités des deux ondes qui interfèrent sont identiques. Pour maximiser le contraste, il faut donc que  $r = t$ .

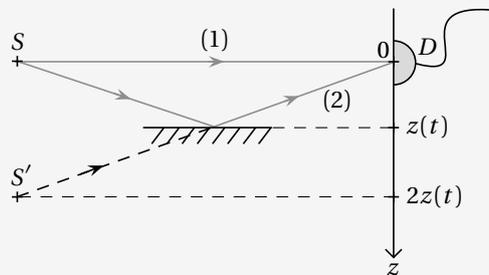
> La conservation de l'énergie impose que  $r^2 I_0 + t^2 I_0 = I_0$ , c'est-à-dire  $r^2 + t^2 = 1$ .

> On en déduit que le contraste est maximal lorsque  $r = t = 1/\sqrt{2}$ .

**EXERCICE B**

1. > Les deux ondes qui interfèrent en  $D$  sont (voir figure 1.32) :

- une onde provenant directement de  $S$  se propageant en ligne droite entre  $S$  et  $D$  ;
- une onde émise par  $S$  qui se réfléchit sur le miroir avant d'arriver en  $D$ .



**Figure 1.32.** Rayons partant de  $S$  et se propageant jusqu'à  $D$ .  $S'$  est une source fictive image de  $S$  par le miroir.

> Ces ondes sont cohérentes car elles sont issues de la même source ponctuelle monochromatique.

2. > La différence de marche  $\delta_D$  entre les deux ondes se superposant en  $D$  s'exprime comme :

$$\delta_D = (SD)_2 - (SD)_1,$$

où  $(SD)_i$  représente le chemin optique de  $S$  à  $D$  par le chemin  $i$ .

> Afin de calculer cette différence de marche, il est utile de faire apparaître le point  $S'$  image de  $S$  par le miroir. Ce point se comporte comme une source fictive synchrone avec  $S$ . Pour le chemin (2), par réflexion, tout se passe comme si le rayon partait de  $S'$  pour aller en  $D$  en ligne droite en ignorant le miroir.

> La différence de marche se réécrit alors :

$$\delta_D = (S'D)_2 - (SD)_1$$

avec :

$$(S'D)_2 = S'D + \frac{\lambda_0}{2} = \sqrt{L^2 + (2z(t))^2} + \frac{\lambda_0}{2} \quad \text{et} \quad (SD)_1 = SD = L$$

l'addition de  $\lambda_0/2$  sur le chemin (2) représente le retard de phase de  $\pi$  introduit par la réflexion sur le miroir (voir méthode exercice 3).

> La différence de marche devient alors :

$$\delta_D = \sqrt{L^2 + (2z(t))^2} + \frac{\lambda_0}{2} - L.$$

Dans l'approximation où  $L \gg z(t)$ , on obtient au premier ordre en  $z(t)/L$  :

$$\delta_D = 2 \frac{z(t)^2}{L} + \frac{\lambda_0}{2}.$$

3. L'interférence en  $D$  résulte de la superposition de deux ondes cohérentes, l'intensité résultante est donc donnée par la formule de Fresnel. En notant  $I_0$  les intensités des deux ondes qui se superposent, l'intensité en  $D$  à l'instant  $t$  s'écrit :

$$I(D, t) = 2I_0 \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta_D \right) \right).$$

En utilisant l'expression de  $\delta_D$  déterminée précédemment :

$$I(D, t) = 2I_0 \left( 1 + \cos \left( \frac{4\pi z^2(t)}{\lambda_0 L} + \pi \right) \right).$$

► On suppose qu'une fois le miroir lâché, il ne subit que l'effet de la pesanteur : il est en chute libre. En appliquant la loi de la quantité de mouvement dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen au miroir lâché sans vitesse initiale de la position  $z = 0$ , on obtient l'expression de la position du miroir en fonction du temps :

$$z(t) = \frac{1}{2} g t^2.$$

► L'intensité en  $D$  se réécrit en fonction du temps sous la forme :

$$I(D, t) = 2I_0 \left( 1 + \cos \left( \frac{\pi g^2 t^4}{\lambda_0 L} + \pi \right) \right) = 2I_0 \left( 1 - \cos \left( \frac{\pi g^2 t^4}{\lambda_0 L} \right) \right).$$

► À l'instant  $t = 0$ , l'intensité en  $D$  est  $I(t = 0) = 0$ , il a donc interférence destructive. Pour expliquer cela, rappelons qu'à l'instant  $t = 0$ , le miroir est situé en  $z = 0$ . Les chemins (1) et (2) présentent alors la même longueur géométrique  $L$ . Cependant, le chemin (2) implique une réflexion sur le miroir qui rajoute un retard de phase de  $\pi$  à l'onde empruntant ce chemin. Il s'ensuit qu'en  $D$  la différence de phase entre les deux ondes est seulement dû à la réflexion sur le miroir (les chemins étant de même longueur géométrique), les ondes arrivent en  $D$  en opposition de phase, il y a donc interférence destructive de deux ondes de même intensité, il s'ensuit que l'intensité résultante est nulle.

4. ► L'observation d'un maximum d'intensité correspond à une interférence constructive entre les deux ondes se superposant en  $D$ . La condition d'interférences constructives est  $\delta_D = k\lambda_0$  avec  $k$  entier. On en déduit une relation entre l'indice  $k$  du maximum et l'instant  $t_k$  auquel il est observé :

$$\frac{g^2}{2L} t_k^4 + \frac{\lambda_0}{2} = k\lambda_0 \quad \Rightarrow \quad \left( k - \frac{1}{2} \right) = \frac{g^2}{2L\lambda_0} t_k^4. \quad (1.2)$$

► Un code Python permettant d'estimer la valeur de  $g$  ainsi que son incertitude-type par une méthode statistique est proposé dans le code suivant :

#### Script Python en ligne

Script disponible sur notre plateforme :  
[www.lienmini.fr/212907-PYTH-1](http://www.lienmini.fr/212907-PYTH-1)



► Par traitement statistique, on trouve  $g = 9,81 \pm 0,01 \text{ m.s}^{-2}$ .

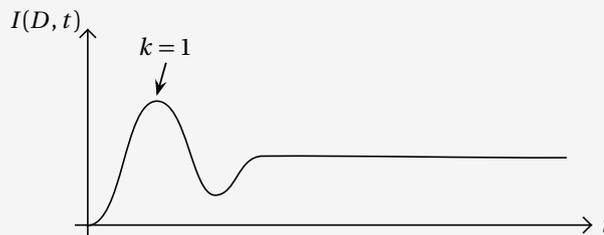
5. ► Cette question traite de cohérence temporelle, le système est ici éclairé par une source non monochromatique qui est une source de lumière blanche. Il peut y avoir incohérence des deux ondes se superposant en  $D$  si  $\delta_D > \ell_c$  où  $\ell_c$  est la longueur de cohérence de la source de lumière blanche.



**Conseils méthodologiques**

Dans le cas de l'utilisation d'une source non monochromatique, il faut comparer la différence de marche  $\delta$  à la longueur de cohérence de la source  $\ell_c$  pour tester la cohérence des deux ondes :

- si  $|\delta| < \ell_c$  : les ondes sont cohérentes, on observe des interférences au point de recouvrement.
- si  $|\delta| > \ell_c$  : les ondes sont incohérentes, il n'y a pas d'interférence et l'intensité résultante est la somme des intensités des ondes.



**Figure 1.33.** Intensité  $I(D, t)$  mesurée en lumière blanche.

▷ La longueur de cohérence d'une lampe blanche est  $\ell_c \approx 1 \mu\text{m}$  (voir cours partie 2.3.). Les interférences disparaissent si  $\delta_D > \ell_c$ . Cette condition est vérifiée si  $t > t_c$  où  $t_c$  est donné par :

$$\frac{g^2}{2L} t_c^4 + \frac{\lambda_0}{2} = \ell_c \quad \Rightarrow \quad t_c = \left( \left( \ell_c - \frac{\lambda_0}{2} \right) \frac{2L}{g^2} \right)^{1/4} = 8 \text{ ms.}$$

▷ En reprenant les données du tableau de l'énoncé, 8 ms correspond à une durée intermédiaire entre l'observation du premier et du deuxième maximum d'intensité. En éclairant avec une source de lumière blanche, on observerait donc un unique maximum d'intensité puis plus aucune interférence (voir figure 1.33). On peut donc dire qu'une telle source n'est pas adaptée pour réaliser cette expérience, il faut privilégier une source quasi monochromatique telle qu'un laser.

**EXERCICE C**

**1.** ▷ Le faisceau incident sur le prisme n'est pas dévié par la première interface car le faisceau est en incidence normale. Par contre, au niveau de la deuxième interface, le faisceau fait un angle d'incidence  $i$  avec la normale à l'interface ce qui conduit donc à un phénomène de réfraction et ainsi à une déviation du faisceau.

▷ Le phénomène de réfraction est décrit par la loi de Snell-Descartes relative à la réfraction :

$$n \sin(i) = \sin(r),$$

où  $i$  est l'angle d'incidence du rayon au niveau de l'interface verre-air et  $r$  l'angle de réfraction (voir figure 1.34). Dans l'approximation des petits angles, cette loi devient  $ni = r$ .

▷ On lit sur la figure 1.34 :

$$i = A \quad \text{et} \quad D = r - i.$$

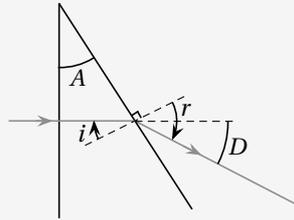


Figure 1.34. Calcul de la déviation par un prisme éclairé sous incidence normale.

► Finalement, dans l'approximation des petits angles, l'angle de déviation du faisceau en sortie du prisme est :

$$D = (n - 1)A.$$

2. ► On remarque que l'angle de déviation d'un rayon par le prisme ne dépend pas de la distance à l'axe optique du rayon incident. On en déduit que tous les rayons sortant du prisme sont parallèles entre eux. Les surfaces d'ondes en sortie sont donc planes.

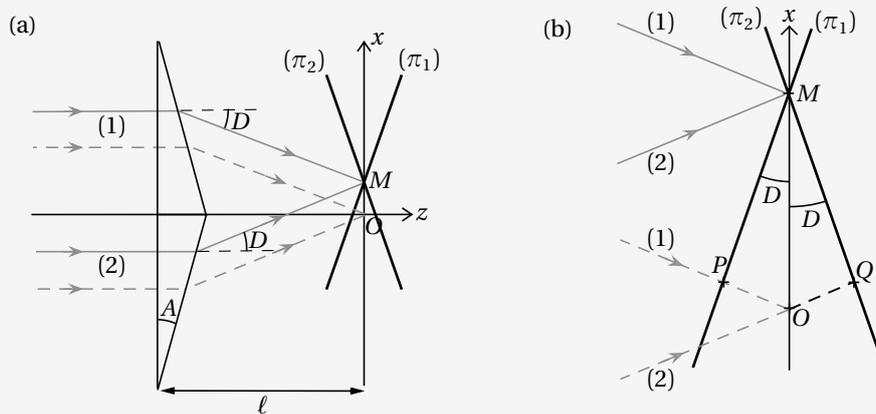


Figure 1.35. (a) Représentation des rayons portant les ondes qui se superposent en  $M$ .  $(\pi_1)$  et  $(\pi_2)$  correspondent respectivement aux surfaces d'ondes passant par  $M$  pour les ondes ayant suivi les chemins (1) et (2). (b) Calcul de la différence de marche en un point  $M$  d'abscisse  $x$ .

► Les ondes sortant du prisme supérieur sont déviées d'un angle  $D$  vers le bas alors que les ondes sortant du prisme inférieur sont déviées d'un angle  $D$  vers le haut. Deux ondes se superposent donc en  $M$  : une onde passant par le prisme supérieur (chemin (1)) et une onde passant par le prisme inférieur (chemin (2)) (voir figure 1.35(a)). La différence de marche entre ces deux ondes en  $M$  s'écrit :

$$\delta_M = (SM)_2 - (SM)_1.$$

► En notant qu'au point  $O$  situé sur l'axe optique, les ondes arrivent en phase, la différence de marche se réécrit sous la forme :

$$\delta_M = [(SM)_2 - (SO)_2] - [(SM)_1 - (SO)_1].$$

► On représente les surfaces d'ondes planes  $(\pi_1)$  et  $(\pi_2)$  passant par  $M$ , associées respectivement aux ondes ayant suivi le chemin (1) et (2) (cf figure 1.35(b)). Par définition d'une surface d'onde, on obtient les relations suivantes entre les chemins optiques :

$$(SM)_1 = (SP)_1 = (SO)_1 - (PO)_1 \quad \text{et} \quad (SM)_2 = (SQ)_2 = (SO)_2 + (OQ)_2.$$

La différence de marche peut alors être simplifiée et devient :

$$\delta_M = (OQ)_2 + (PO)_1 = OQ + PO.$$

Par géométrie, on a  $PO = OQ = x \sin(D)$ . Finalement, la différence de marche en  $M$  est :

$$\delta_M = 2x \sin(D).$$

3. > Les deux ondes qui se superposent en  $M$  sont cohérentes car issues d'une unique source ponctuelle monochromatique. L'intensité en  $M$  est donc donnée par la formule de Fresnel :

$$I(M) = 2I_0 \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta_M \right) \right) = 2I_0 \left( 1 + \cos \left( \frac{4\pi}{\lambda_0} x \sin(D) \right) \right).$$

> Une frange correspond à une valeur d'ordre d'interférences constante  $p_M = \delta_M / \lambda_0 = 2x \sin(D) / \lambda_0$ , c'est-à-dire à une valeur de  $x$  constante. Les franges sont donc rectilignes de direction perpendiculaire à l'axe  $(Ox)$ .

4. > Les interférences constructives correspondent à des maxima d'intensité. L'intensité est maximale lorsque  $\cos \left( \frac{4\pi}{\lambda_0} x \sin(D) \right) = 1$ , c'est-à-dire en des points dont l'abscisse  $x_k$  est donnée par :

$$x_k = k \frac{\lambda_0}{2 \sin(D)} \quad \text{avec } k \text{ un entier.}$$

> L'interfrange est la distance sur l'écran entre deux franges brillantes successives. L'interfrange est donc donné par :

$$i = x_{k+1} - x_k = \frac{\lambda_0}{2 \sin(D)}.$$

On remarque que l'interfrange ne dépend pas de la position de l'écran, il reste le même dans toute la zone où se superposent les deux ondes.

#### Rappel - Cours de PCSI

Le pouvoir séparateur d'un œil emmétrope est de l'ordre d'une minute d'arc :

$$\alpha \approx 1' \approx 3 \cdot 10^{-4} \text{ rad.}$$

> Pour un œil emmétrope, le punctum proximum se situe à une distance de  $d_m = 25$  cm. Pour observer les franges à l'œil nu, l'angle  $\theta$  sous lequel est vue l'interfrange  $i$  à une distance de  $d_m$  doit être supérieur au pouvoir de séparation de l'œil  $\alpha$ .

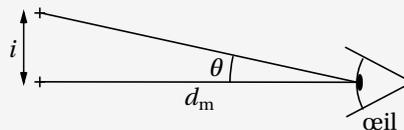


Figure 1.36. Observation de deux franges brillantes séparées de l'interfrange  $i$  au punctum proximum.

Dans l'approximation des petits angles, on a  $\theta = i / d_m$  donc, pour être observable, l'interfrange doit donc être telle que :

$$i \geq \alpha d_m.$$

Ce qui donne une condition sur  $\sin(D)$  et donc sur  $D$  dans l'approximation des petits angles :

$$D \leq \frac{\lambda_0}{2\alpha d_m}.$$

Avec la question 1., on en déduit une condition sur l'angle au sommet du prisme  $A$  :

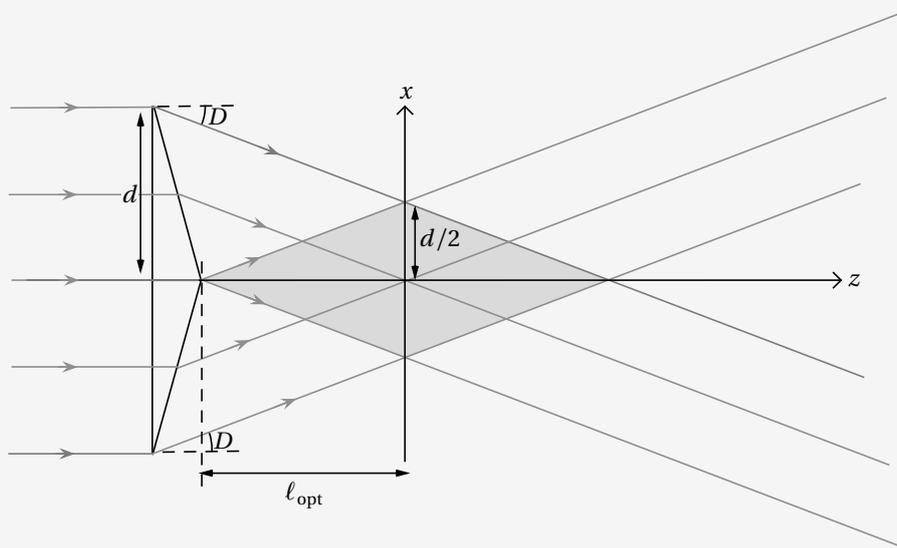
$$A \leq \frac{\lambda_0}{2(n-1)ad_m}$$

L'application numérique donne  $A \leq 0,5' = 8 \times 10^{-3} \text{ }^\circ$ . La valeur trouvée est très faible. Le choix d'une valeur de  $A$  plus grande que  $0,5'$  conduit à un interférence invisible à l'œil mais qui pourrait être observée en utilisant un microscope ou en remplaçant l'écran par un capteur CCD.

**Remarque**

Dans cette question, l'écran est placé au *ponctum proximum* car c'est à cette distance que la taille angulaire de l'objet  $\theta$  est maximale tout en formant une image nette par le cristallin sur la rétine.

5. > La zone dans laquelle les interférences sont observables correspond à la zone de recouvrement des ondes issues des deux prismes. Il existe une position optimale de l'écran qui maximise la taille de la zone d'interférences (voir figure 1.37).



**Figure 1.37.** Représentation de la zone de recouvrement (grisée) des ondes issues des deux prismes.

> La zone d'interférences sur l'écran est limitée par les deux rayons extrêmes passant dans un prisme : celui passant au niveau de la base et celui passant au niveau du sommet. Les rayons sortant d'un prisme étant parallèles entre eux, la dimension transverse de la zone d'interférences est égale à la hauteur d'un prisme  $d$ . Par des arguments de géométrie on a :

$$\tan(D) = \frac{d/2}{l_{\text{opt}}}$$

avec  $D = (n-1)A$ . Dans l'approximation des petits angles, la distance optimale pour placer l'écran s'écrit :

$$l_{\text{opt}} = \frac{d}{2(n-1)A}$$

## Corrigés des sujets de concours

### Sujet I

1. ▶ La source  $S$  se situe au foyer objet de la lentille, les rayons sortant de la lentille sont donc parallèles à l'axe optique. L'onde plane est divisée en deux ondes d'intensité identique par la lame ( $SP_1$ ). Les ondes issues de ( $SP_1$ ) subissent pour l'une une réflexion sur le miroir ( $M_1$ ) et pour l'autre une réflexion sur le miroir ( $M_2$ ) avant de se recombiner au niveau de ( $SP_2$ ).

▶ La superposition des ondes au niveau de la lame ( $SP_2$ ) implique que les longueurs géométriques des deux chemins de l'interféromètre soient égales. Les trajets s'effectuant dans le même milieu d'indice  $n_0 = 1$ , on peut dire que les chemins optiques des ondes sur les deux bras de l'interféromètre sont égaux. Il s'ensuit que les ondes se *superposent en phase* sur la lame ( $SP_2$ ). Il y a donc interférence constructive et l'éclairement sur l'écran est uniforme d'intensité  $2I_0$ .

2. (a) ▶ Évaluons la différence de marche introduite par la présence de la lame. Cette différence de marche s'écrit :

$$\delta_1 = (AH)_{\text{avec}} - (AH)_{\text{sans}},$$

où  $(AH)_{\text{avec}}$  et  $(AH)_{\text{sans}}$  correspondent respectivement aux chemins optiques entre  $A$  et  $H$  en présence de la lame et en l'absence de la lame.

▶ En l'absence de la lame, l'onde plane se propage dans un milieu d'indice  $n_0 = 1$ , ainsi  $(AH)_{\text{sans}} = AH = e$ .

▶ En présence de la lame, l'onde se propage dans un milieu d'indice  $n$ , ainsi  $(AH)_{\text{avec}} = nAH = ne$ .

▶ Finalement, la différence de marche introduite par la lame ( $L_1$ ) est :

$$\delta_1 = (n-1)e.$$

(b) ▶ Évaluons la différence de marche introduite par la présence de la lame inclinée ( $L_2$ ). Les rayons sortant de la lame étant parallèles entre eux, l'onde est plane. La surface d'onde passant par  $H'$  en l'absence de la lame passe par  $B'$  en présence de la lame (voir figure 1.38). La différence de marche introduite par la lame s'écrit donc

$$\delta_2 = (A'B')_{\text{avec}} - (A'H')_{\text{sans}}.$$

▶ En présence de la lame, le faisceau subit deux réfractions et sort de la lame en  $B'$ . La distance parcourue dans la lame est donc :

$$A'B' = \frac{e}{\cos(r)}.$$

La loi de Snell-Descartes relative à la réfraction donne  $\sin(\theta) = n \sin(r)$ . Dans l'approximation des petits angles, on a  $\theta = nr$ . On en déduit l'expression de  $A'B'$  à l'ordre 2 en  $\theta$  :

$$A'B' = e \left( 1 + \frac{\theta^2}{2n^2} \right).$$

L'indice optique de la lame est noté  $n$ , le chemin optique en présence de la lame est donc :

$$(A'B') = ne \left( 1 + \frac{\theta^2}{2n^2} \right).$$



#### Conseils méthodologiques

Les expressions des chemins optiques s'obtiennent par des arguments de géométrie. Il est donc important de faire un schéma clair en faisant apparaître les angles et les triangles utilisés pour établir les relations.

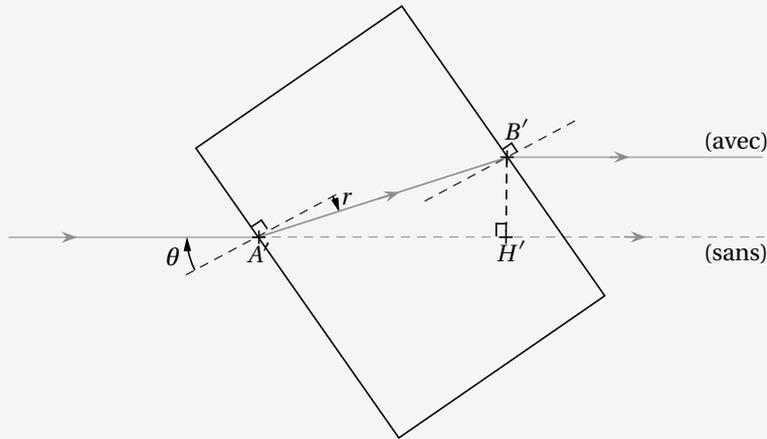


Figure 1.38. Calcul de la différence de marche introduite par une lame inclinée.

► En l'absence de la lame, l'onde plane se propage dans l'air en ligne droite sur une distance  $(A'H') = A'H'$ . Par trigonométrie, on trouve :

$$\cos(\theta - r) = \frac{A'H'}{A'B'} \quad \Rightarrow \quad A'H' = A'B' \cos(\theta - r)$$

avec aux petits angles :

$$\cos(\theta - r) \approx \cos\left(\theta\left(1 - \frac{1}{n}\right)\right) \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}\left(1 - \frac{1}{n}\right)^2 \quad \text{car} \quad \cos(x) \underset{x \rightarrow 0}{\approx} 1 - \frac{x^2}{2},$$

on a alors :

$$A'H' \approx e \left(1 + \frac{\theta^2}{2n^2}\right) \left(1 - \frac{\theta^2}{2}\left(1 - \frac{1}{n}\right)^2\right).$$

En ne conservant que les termes d'ordre 2 en  $\theta$ , l'expression de la distance  $A'H'$  devient :

$$A'H' = e \left(1 - \frac{\theta^2}{2}\left(1 - \frac{2}{n}\right)\right).$$

► Finalement, la différence de marche introduite par la lame ( $L_2$ ) est :

$$\delta_2 = (n-1)e + e \frac{\theta^2}{2} \left(1 - \frac{1}{n}\right).$$

(c) ► Le déphasage entre les ondes au niveau de l'écran est :

$$\Phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} [(S\Omega)_{2,\text{avec}} - (S\Omega)_{1,\text{avec}}]$$

où  $(S\Omega)_{1,\text{avec}}$  et  $(S\Omega)_{2,\text{avec}}$  représentent les chemins optiques entre S et  $\Omega$  passant respectivement par les chemins comprenant les miroirs ( $M_1$ ) et ( $M_2$ ) en présence des lames ( $L_1$ ) et ( $L_2$ ).

► En l'absence de lames, les ondes arrivent en phase sur l'écran, on a donc  $(S\Omega)_{1,\text{sans}} = (S\Omega)_{2,\text{sans}}$ .

► On peut donc réécrire  $\Phi$  sous la forme :

$$\Phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \left( [(S\Omega)_{2,\text{avec}} - (S\Omega)_{2,\text{sans}}] - [(S\Omega)_{1,\text{avec}} - (S\Omega)_{1,\text{sans}}] \right) = \frac{2\pi}{\lambda} (\delta_2 - \delta_1).$$

Finalement, on a :

$$\Phi = \frac{\pi}{\lambda_0} \theta^2 e \left( 1 - \frac{1}{n} \right).$$

▷ L'éclairement sur l'écran est uniforme car les rayons sortant de la lentille sont parallèles à l'axe optique. Ainsi, les ondes qui se superposent en chaque point de la lame ( $SP_2$ ) présentent toutes la même différence de marche.

**3.** (a) ▷ L'éclairement sur l'écran est maximal lorsqu'il y a interférence constructive entre les ondes qui se superposent en sortie de l'interféromètre. La condition d'interférences constructives est  $\Phi = k2\pi$  avec  $k$  un entier.

▷ D'après l'expression de  $\Phi$  trouvée précédemment, on en déduit qu'il y a interférence constructive pour des inclinaisons de la lame d'un angle  $\theta_k$  donné par :

$$\theta_k = \sqrt{\frac{2\lambda_0}{e(1-1/n)}} k \quad \text{avec } k \text{ un entier.}$$

▷ L'application numérique pour  $k = 1$  conduit à  $\theta_1 = 0,062 \text{ rad} = 3,5^\circ$ .

(b) ▷ On peut voir que l'angle  $\theta_1$ , correspondant au premier maximum d'intensité, est d'autant plus faible que l'épaisseur  $e$  des lames est grande. Ainsi, pour gagner en sensibilité angulaire, il faut augmenter  $e$  pour diminuer la valeur de l'angle de rotation  $\theta_1$  correspondant au premier maximum d'intensité. On observera alors une forte variation d'intensité sur l'écran pour un faible écart angulaire de la lame.

(c) ▷ Afin que les ondes en sortie de l'interféromètre soient cohérentes et puissent interférer, il faut que la différence de marche entre ces deux ondes soit telle que  $|\delta_2 - \delta_1| < l_c$ . Ceci impose donc une condition sur la valeur maximale de  $e$  permettant d'observer des interférences :

$$e \frac{\theta^2}{2} \left( 1 - \frac{1}{n} \right) < l_c \quad \text{donc} \quad e < \frac{2l_c}{\theta^2(1-1/n)}.$$

▷ En prenant  $\theta = 1^\circ$ , l'application numérique donne  $e < 2,0 \cdot 10^2 \text{ mm}$ . Pour mesurer un angle compris entre  $0$  et  $1^\circ$ , la meilleure résolution sera obtenue avec l'épaisseur maximale  $e = 2,0 \cdot 10^2 \text{ mm}$ . Si on choisit une épaisseur plus faible, la précision du dispositif de mesure diminue mais la plage de mesure d'angle augmente.

## CHAPITRE 2

# Interférométrie à division de front d'onde

### Plan du chapitre

**Cours**, p. 62

1 ▶ Trous d'Young, p. 62

2 ▶ Interférences à  $N$  ondes, p. 78

**Fiche synthèse**, p. 84

**Exercices**, p. 86

**Corrigés**, p. 96



### Objectifs et compétences du programme

Capacités principales à maîtriser	Exercices associés
Déterminer l'ordre d'interférences pour des trous d'Young ponctuels.	Exercices 1, 2, 4, A, I, II
Interpréter la forme des franges observées sur un écran éloigné parallèle au plan des trous d'Young.	Exercices 1, 2, 4, A, I, II
Utiliser le critère $ \Delta p  > 1/2$ pour interpréter la perte de contraste lors d'un élargissement spatial de la source.	Exercices 2, A, II
Établir la condition d'interférences constructives et la demi-largeur des franges brillantes dans le cas de l'interférences de $N$ ondes cohérentes dont les phases sont en progression arithmétique.	Exercices 3, B, C, I

RETROUVEZ ICI LES FLASHCARDS  
INTERACTIVES POUR SE TESTER

[www.lienmini.fr/212907-FLASH-2](http://www.lienmini.fr/212907-FLASH-2)



# COURS

Après avoir posé les bases théoriques de l'étude des ondes lumineuses dans le chapitre précédent, les deux prochains chapitres sont consacrés à l'étude de quelques exemples d'interféromètres, c'est-à-dire de dispositifs permettant l'observation d'interférences. Pour obtenir des interférences, des ondes issues d'une même source ponctuelle doivent suivre des chemins différents avant de se recombinaer en un point  $M$ .

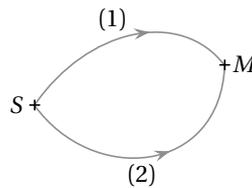


Figure 2.1. Interférences à deux ondes.

Le présent chapitre détaille des exemples d'une première grande famille d'interféromètres dits « à division de front d'onde ». Ce type d'interféromètre réalise une séparation des ondes au niveau de la source qui correspondent donc à des rayons lumineux différents.

## 1 Trous d'Young

### 1.1. Montage optique

Un écran opaque percé de deux trous identiques  $T_1$  et  $T_2$ , de faible rayon  $R$  et espacés d'une distance  $a$ , constitue un dispositif de **trous d'Young**. Ce dispositif est éclairé sous incidence faible c'est-à-dire par une source  $S$  située à une distance  $d \gg a$ . L'observation se fait sur un écran lui aussi éloigné du plan des trous d'Young d'une distance  $D \gg a$ . Le montage optique est représenté sur la figure 2.2.

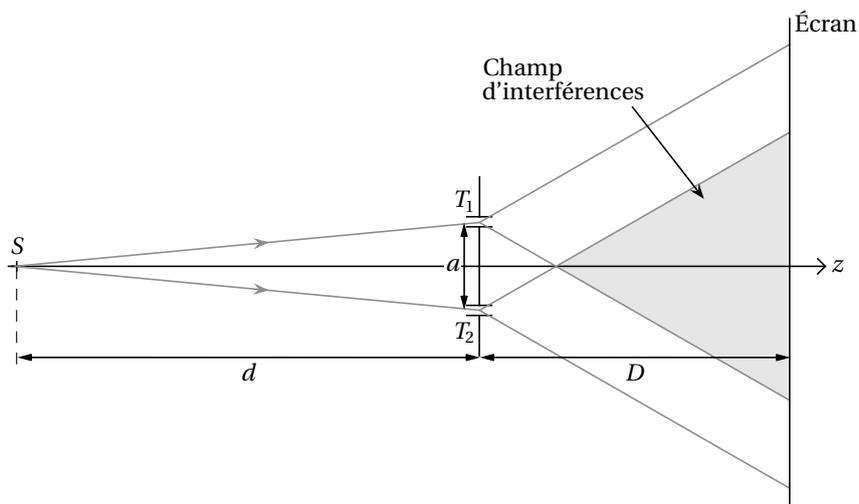


Figure 2.2. Montage optique d'un interféromètre à trous d'Young.

Les deux rayons issus de  $S$  passant au travers des trous  $T_1$  et  $T_2$  sont diffractés par ces ouvertures de petite dimension. Les rayons lumineux incidents se transforment donc par diffraction en faisceau de demi-ouverture angulaire  $\theta \sim \lambda_0/R$ . Grâce à ce phénomène de diffraction, les deux faisceaux en sortie des trous d'Young se superposent dans un volume de l'espace. Cette zone de superposition des deux ondes est appelée **champ d'interférences**, c'est dans cette zone que sont observées les interférences entre les deux ondes.



**À retenir. Délocalisation des interférences**

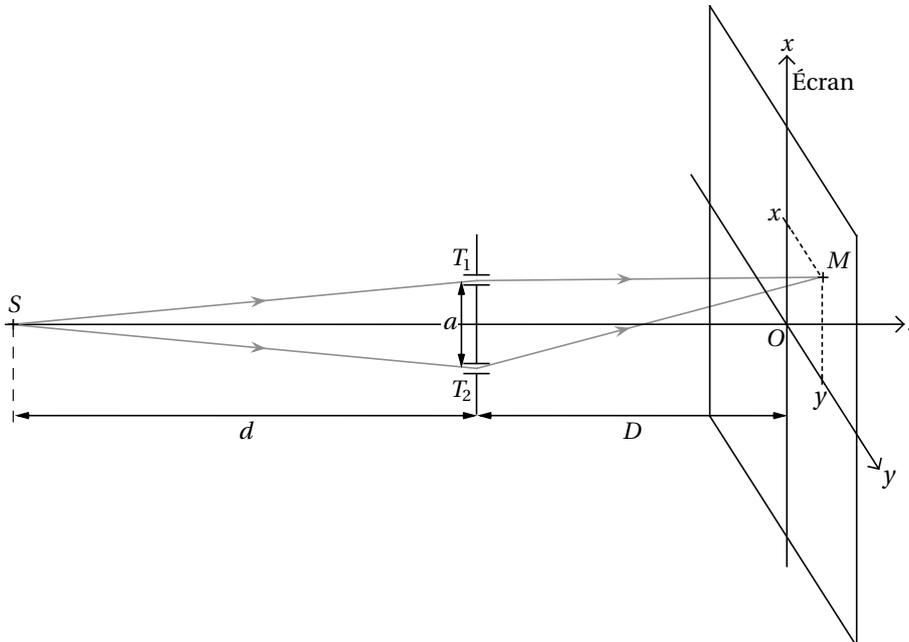
Dans un interféromètre à trous d'Young, c'est le phénomène de diffraction par les trous qui permet la superposition des ondes. La zone de superposition est un volume de l'espace appelé **champ d'interférences**. Les interférences sont observables dans l'ensemble de ce volume, elles sont dites **délocalisées**.

**Remarque**

Si  $R \rightarrow 0$ , le champ d'interférences occupe tout le demi-espace situé après le plan des trous d'Young. Il est alors possible d'observer des interférences dans tout ce demi-espace. Par contre, cette très forte délocalisation des interférences se traduit par une forte chute de la luminosité sur l'écran car l'énergie est alors envoyée dans toutes les directions de l'espace par diffraction.

**1.2. Intensité en un point de la zone d'interférences**

Considérons un point  $M$  de l'écran situé dans la zone d'interférences.



**Figure 2.3.** Superposition d'ondes en un point de la zone d'interférences.

Les deux ondes qui se superposent en  $M$  sont portées par les rayons lumineux issus des trous d'Young qui se croisent en  $M$  (voir figure 2.3). Ces deux ondes sont supposées cohérentes et de même intensité  $I_0$  car elles sont issues de la même source ponctuelle monochromatique de longueur d'onde  $\lambda_0$ . L'intensité en  $M$  est donc donnée par la formule de Fresnel :

$$I(M) = 2I_0 \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta_M \right) \right),$$

où  $\delta_M$  est la différence de marche entre les deux ondes arrivant en  $M$ . La différence de marche s'exprime en fonction des chemins optiques associés aux rayons lumineux selon :

$$\delta_M = (S T_2 M) - (S T_1 M),$$

avec  $(S T_1 M)$  et  $(S T_2 M)$  les chemins optiques associés respectivement aux rayons lumineux allant de  $S$  à  $M$  et passant par les trous  $T_1$  et  $T_2$ . On suppose que l'expérience est réalisée dans le vide qui est un milieu homogène d'indice optique  $n = 1$ . Les chemins optiques se réduisent alors aux longueurs géométriques des rayons lumineux. Chaque rayon lumineux étant composé de deux segments, les chemins optiques s'écrivent  $(S T_1 M) = S T_1 + T_1 M$  et  $(S T_2 M) = S T_2 + T_2 M$ . La source  $S$  étant placée sur l'axe optique  $Oz$  correspondant à la médiatrice de  $[T_1 T_2]$ , les longueurs des segments  $S T_1$  et  $S T_2$  sont identiques. La différence de marche s'écrit alors :

$$\delta_M = T_2 M - T_1 M.$$

Avec l'origine du repère choisie au niveau du point d'intersection entre l'axe optique et l'écran, les différents points ont pour coordonnées dans le plan  $(Oxz)$  :

$$T_1(-a/2, 0, -D) \quad T_2(+a/2, 0, -D) \quad M(x, y, 0).$$

On en déduit les longueurs des segments  $T_2 M$  et  $T_1 M$  :

$$T_1 M = \sqrt{(x - a/2)^2 + y^2 + D^2} \quad \text{et} \quad T_2 M = \sqrt{(x + a/2)^2 + y^2 + D^2}.$$

La différence de marche devient :

$$\delta_M = \sqrt{(x + a/2)^2 + y^2 + D^2} - \sqrt{(x - a/2)^2 + y^2 + D^2}.$$



### À retenir. Approximation paraxiale

Afin de simplifier l'expression de la différence de marche dans l'interféromètre des trous d'Young, on se place dans l'**approximation paraxiale** dont les hypothèses sont :  $a \ll D$ ,  $x \ll D$  et  $y \ll D$ . Cette approximation consiste à considérer un écran situé loin des trous d'Young et à ne considérer que la zone de l'écran située proche de l'axe optique.

Il est alors possible de développer la différence de marche  $\delta_M$  au premier ordre non-nul en  $((x \pm a/2) + y^2)/D \ll 1$  :

$$\begin{aligned} \delta_M &= D \left( \sqrt{1 + \left( \frac{(x + a/2) + y^2}{D} \right)^2} - \sqrt{1 + \left( \frac{(x - a/2) + y^2}{D} \right)^2} \right) \\ &\approx D \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{(x + a/2)^2 + y^2}{D^2} - 1 - \frac{1}{2} \frac{(x - a/2)^2 + y^2}{D^2} \right) \\ \delta_M &= \frac{ax}{D}. \end{aligned}$$

**Remarque**

Dans le cas où le dispositif de trous d'Young est placé dans un milieu d'indice optique  $n$ , la différence de marche devient  $\delta_M = \frac{na x}{D}$ .

La formule de Fresnel donnant l'intensité en un point  $M$  d'abscisse  $x$  de l'écran s'écrit alors :

$$I(x) = 2I_0 \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{a x}{D} \right) \right) = 2I_0 (1 + \cos(2\pi p)), \quad (2.1)$$

où  $p$  est l'ordre d'interférences.

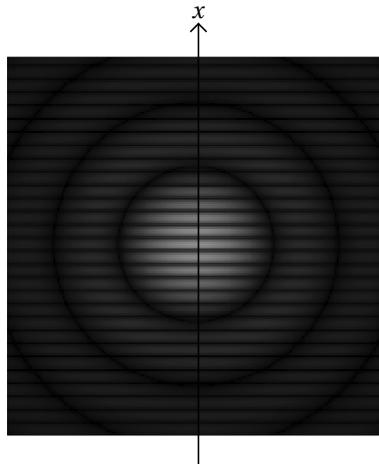
**À retenir. Expression de l'ordre d'interférences pour les trous d'Young**

Dans le cas d'un interféromètre à deux trous d'Young, l'ordre d'interférences est :

$$p = \frac{a x}{\lambda_0 D}.$$

**1.3. Observations expérimentales : franges d'interférences**

## 1.3.1. Figure d'interférences



**Figure 2.4.** Observation expérimentale des interférences lumineuses dans un dispositif de trous d'Young.

L'observation expérimentale des interférences sur l'écran montre une succession de **franges rectilignes** brillantes et sombres de direction perpendiculaire à la direction des trous. Les franges brillantes et sombres correspondent respectivement à des maxima et à des minima d'intensité c'est-à-dire à des interférences constructives et destructives. Interprétons cela en terme d'ordre d'interférences :

- **Interférence constructive** : s'il y a interférence constructive, l'ordre d'interférences est entier  $p = k$  avec  $k$  un entier. À  $k$  fixé, les abscisses  $x_{c,k}$  où il y a interférence constructive vérifient la relation :

$$\frac{a x_{c,k}}{\lambda_0 D} = k \implies x_{c,k} = \frac{k \lambda_0 D}{a}.$$

Les lieux des interférences destructives correspondent à des franges rectilignes d'abscisse  $x_{c,k}$  constant sur l'écran. La direction des franges brillantes est donc perpendiculaire à  $(Ox)$ , c'est-à-dire perpendiculaire à la direction des trous. Deux franges brillantes sont séparées sur l'écran d'une distance appelée **interfrange**  $i$  dont l'expression est :

$$i = x_{c,k+1} - x_{c,k} = \frac{\lambda_0 D}{a}.$$

- **Interférence destructive** : s'il y a interférence destructive, l'ordre d'interférences est demi-entier  $p = k + 1/2$  avec  $k$  un entier. À  $k$  fixé, les abscisses  $x_{d,k}$  où il y a interférence destructive vérifient la relation :

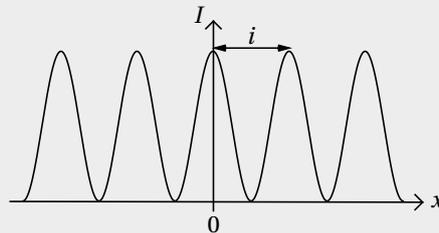
$$\frac{a x_{d,k}}{\lambda_0 D} = k + \frac{1}{2} \implies x_{d,k} = \frac{k \lambda_0 D}{a} + \frac{\lambda_0 D}{2a} = x_{c,k} + \frac{i}{2}.$$

Les lieux des interférences destructives correspondent aussi à des franges rectilignes perpendiculaires à la direction des trous. La distance séparant deux franges d'interférences destructives est l'interfrange  $i = \lambda_0 D/a$  identique au cas des franges d'interférences constructives. De plus, le réseau de franges d'interférences destructives est décalé du réseau de franges d'interférences constructives d'un demi-interfrange  $\lambda_0 D/2a$ . Les interférences constructives et destructives alternent sur l'axe  $(Ox)$ .



**À retenir. Forme de la figure d'interférences obtenue avec des trous d'Young**

La figure d'interférences obtenue avec des trous d'Young est composée de **franges rectilignes** de direction perpendiculaire à la direction des trous. Les franges brillantes correspondant à des interférences constructives ( $p$  entier) alternent avec des franges sombres correspondant à des interférences destructives ( $p$  demi-entier).



**Figure 2.5.** Intensité sur l'axe  $(Ox)$  de l'écran d'un interféromètre à trous d'Young.

La distance entre deux franges d'interférences constructives ou destructives est l'**interfrange**  $i$  dont l'expression est :

$$i = \frac{\lambda_0 D}{a}.$$

La distance entre une frange brillante et la frange sombre suivante correspond à un demi-interfrange  $\lambda_0 D/2a$ .

## 1.4. Influence du caractère étendu de la source

Afin d'améliorer la luminosité des figures d'interférences, les sources réelles utilisées durant les expériences sont des sources étendues et non ponctuelles. Cependant, l'utilisation d'une source étendue peut altérer la visibilité de la figure d'interférences.

### 1.4.1. Expression de $p$ pour un point source hors de l'axe

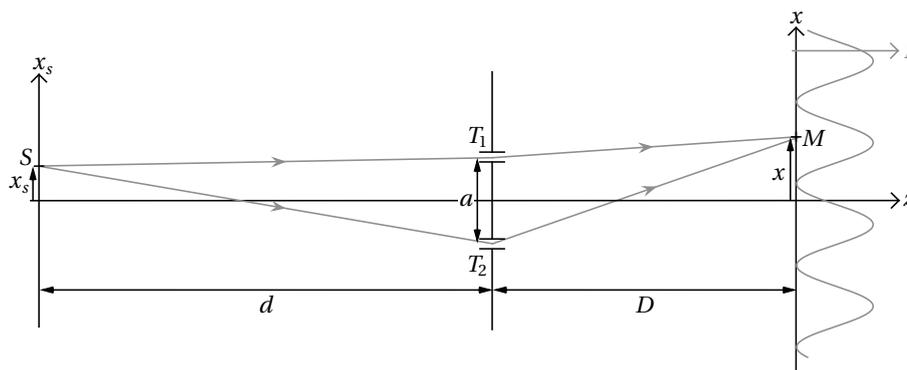


Figure 2.6. Interféromètre à trous d'Young éclairé par un point source hors de l'axe optique.

Considérons un interféromètre à trous d'Young éclairé par une source ponctuelle monochromatique de longueur d'onde  $\lambda_0$  située hors de l'axe optique. On note  $x_s$  la position du point source sur un axe parallèle à la direction des trous. La différence de marche pour arriver en un point  $M$  de l'écran est :

$$\delta_M = (S T_2 M) - (S T_1 M) = (S T_2) - (S T_1) + (T_2 M) - (T_1 M).$$

Par rapport au cas précédent où la source était sur l'axe optique, seule la différence de chemin entre la source et les trous  $(S T_2) - (S T_1)$  est modifiée. La différence de chemins optiques  $(T_2 M) - (T_1 M) = a x / D$  est identique à ce qui a été calculée précédemment. La différence de chemin optique entre la source et les trous s'obtient en remarquant que la situation à gauche des trous est totalement symétrique à celle à droite des trous moyennant les changements  $x \rightarrow x_s$  et  $D \rightarrow d$ . On trouve alors :

$$(S T_2) - (S T_1) = \frac{a x_s}{d}.$$

On en déduit les expressions de la différence de marche ainsi que de l'ordre d'interférences en  $M$  pour un point source hors de l'axe :

$$\delta_M = \frac{a x_s}{d} + \frac{a x}{D} \quad \text{et} \quad p = \frac{\delta_M}{\lambda_0} = \frac{a x_s}{\lambda_0 d} + \frac{a x}{\lambda_0 D}.$$

On voit que la frange centrale correspondant à  $\delta_M = 0$  et donc à  $p = 0$  est située en  $x_0 = -x_s D / d$ . Le système de franges est donc translaté de  $x_0$ , il conserve le même interfrange  $i = \lambda_0 D / a$ .



#### À retenir. Point source situé hors de l'axe optique

Lorsque un interféromètre à trous d'Young est éclairé par un point source situé hors de l'axe optique à une abscisse  $x_s$  suivant la direction des trous, le système de franges est translaté de  $x_0 = -x_s D / d$ .

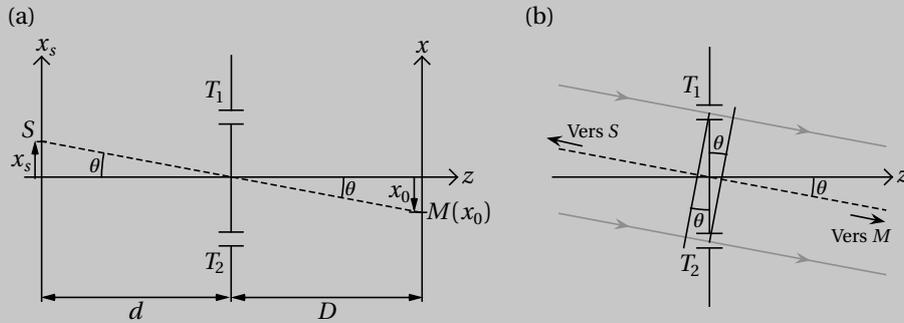


**Conseils méthodologiques**

La position de la frange centrale lorsque le point source est décalé de l'axe optique peut se retrouver facilement. Pour cela, rappelons que dans l'approximation paraxiale, tout se passe comme si le point source  $S$  et l'écran d'observation étaient situés à l'infini de part et d'autre des fentes. Les rayons incidents sont donc parallèles entre eux faisant un angle  $\theta$  avec l'axe optique. Les rayons émergents sont eux aussi parallèles entre eux, et se superposent au niveau de la frange centrale sur l'écran dans le cas où  $(ST_1M) = (ST_2M)$ , c'est-à-dire lorsqu'ils émergent faisant un angle  $\theta$  avec l'axe optique identique à l'angle des rayons incidents (voir figure 2.7(b)). La géométrie du système donne (voir figure 2.7(a)) :

$$\theta = \left| \frac{x_s}{d} \right| = \left| \frac{x_0}{D} \right|.$$

Cette égalité des angles permet de retrouver la position de la frange centrale graphiquement par le tracé représenté sur la figure 2.7(a).

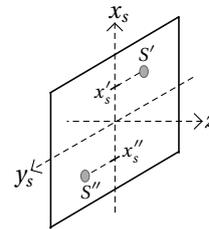


**Figure 2.7.** (a) Détermination géométrique de la position de la frange centrale. (b) Rayon passant au niveau des fentes dans l'approximation paraxiale. Les chemins optiques  $(ST_1M)$  et  $(ST_2M)$  sont identiques.

1.4.2. Source réelle composée de deux sources ponctuelles

Considérons une source étendue composée de 2 sources ponctuelles monochromatiques  $S'$  et  $S''$  d'abscisses respectives  $x'_s$  et  $x''_s$ . Il y a alors 4 ondes qui arrivent en  $M$  :

- Ondes émises par  $S'$  :
  - $\underline{S'_1}$  passant par  $T_1$
  - $\underline{S'_2}$  passant par  $T_2$
- Ondes émises par  $S''$  :
  - $\underline{S''_1}$  passant par  $T_1$
  - $\underline{S''_2}$  passant par  $T_2$



**Figure 2.8.** Sources  $S'$  et  $S''$ .

Les ondes  $\underline{S'_1}$  et  $\underline{S'_2}$  sont cohérentes entre elles car elles sont émises par la même source  $S'$ . De même, les ondes  $\underline{S''_1}$  et  $\underline{S''_2}$  sont cohérentes entre elles. Par contre les ondes émises par  $S'$  sont incohérentes avec

les ondes émises par  $S''$  car ce sont deux sources ponctuelles distinctes. Deux figures d'interférences à deux ondes se superposent sur l'écran. Les intensités  $I'$  et  $I''$  résultant de l'interférence des ondes issues respectivement de  $S'$  et  $S''$  sont chacune données par la formule de Fresnel :

$$I' = 2I_0(1 + \cos(2\pi p')) \quad \text{et} \quad I'' = 2I_0(1 + \cos(2\pi p'')),$$

avec

$$p' = \frac{ax'_s}{\lambda_0 d} + \frac{ax}{\lambda_0 D} \quad \text{et} \quad p'' = \frac{ax''_s}{\lambda_0 d} + \frac{ax}{\lambda_0 D}.$$

### Remarque

Le terme faisant intervenir  $y_s$  dans l'expression de la différence de marche se simplifie lors du développement limité donnant les expressions précédentes.

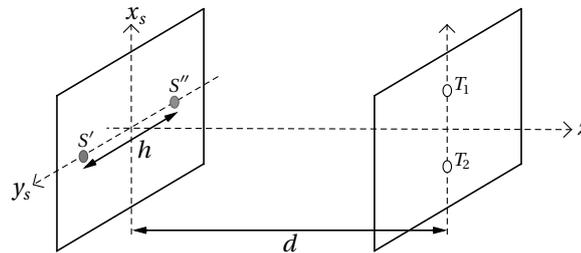
Les ondes émises par  $S'$  étant incohérentes avec les ondes émises par  $S''$ , les intensités se somment sur l'écran de telle sorte que l'intensité totale s'écrit :

$$I = I' + I'' = 2I_0(1 + \cos(2\pi p')) + 2I_0(1 + \cos(2\pi p'')).$$

On distingue alors deux orientations particulières des deux sources ponctuelles :

- si la source est étendue dans la direction de l'axe  $(O_s y_s)$ , c'est-à-dire perpendiculairement à la direction des trous d'Young : les sources  $S'$  et  $S''$  ont pour coordonnées dans le plan  $(O_s x_s y_s)$  :

$$S'(x_s, h/2) \quad \text{et} \quad S''(x_s, -h/2).$$



**Figure 2.9.** Source étendue dans la direction de l'axe  $(O_s y_s)$ .

Les sources ont la même abscisse sur l'axe  $(O_s x_s)$ ,  $x'_s = x''_s$ . Tant que  $h \ll d$ , l'extension de la source n'influe pas sur la différence de marche. On en déduit que  $p' = p'' = p$  et donc  $I' = I''$ . L'intensité en un point de l'écran s'écrit alors :

$$I = 4I_0(1 + \cos(2\pi p)).$$

L'intensité est donc simplement multipliée par 2 sans modification de la figure d'interférences sur l'écran.

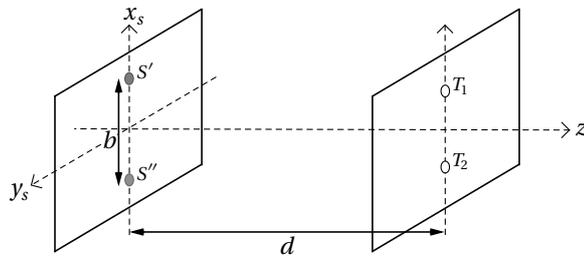


**À retenir.** Deux sources ponctuelles monochromatiques positionnées perpendiculairement aux trous d'Young

L'utilisation de deux sources ponctuelles monochromatiques positionnées perpendiculairement aux trous d'Young augmente la luminosité sur l'écran sans modifier la figure d'interférences.

- si la source est étendue dans la direction  $(O_s x_s)$ , c'est-à-dire parallèlement à la direction des trous d'Young : les sources  $S'$  et  $S''$  ont pour coordonnées dans le plan  $(O_s x_s y_s)$  :

$$S'(b/2, 0) \quad \text{et} \quad S''(-b/2, 0).$$



**Figure 2.10.** Source étendue dans la direction de l'axe  $(O_s x_s)$ .

L'intensité sur l'écran s'écrit alors :

$$I = 2I_0 \left( 2 + \cos\left(\frac{2\pi a x}{\lambda_0 D} + \frac{\pi a b}{\lambda_0 d}\right) + \cos\left(\frac{2\pi a x}{\lambda_0 D} - \frac{\pi a b}{\lambda_0 d}\right) \right) = 4I_0 \left( 1 + \cos\left(\frac{\pi a b}{\lambda_0 d}\right) \cos\left(\frac{2\pi a x}{\lambda_0 D}\right) \right).$$

L'intensité est extrémale lorsque  $\left| \cos\left(\frac{2\pi a x}{\lambda_0 D}\right) \right| = 1$ .

En particulier, elle est maximale lorsque les deux cosinus sont de mêmes signes, on a alors

$$I_{\max} = 4I_0 \left( 1 + \left| \cos\left(\frac{\pi a b}{\lambda_0 d}\right) \right| \right)$$

et elle est minimale lorsque les deux cosinus sont de signes opposés, on a alors  $I_{\min} = 4I_0 \left( 1 - \left| \cos\left(\frac{\pi a b}{\lambda_0 d}\right) \right| \right)$ .

Le contraste  $C$  de la figure d'interférences a donc pour expression :

$$C = \left| \cos\left(\frac{\pi a b}{\lambda_0 d}\right) \right|.$$



#### Conseils méthodologiques

Il faut faire apparaître la valeur absolue du terme  $\cos(\pi a b / \lambda_0 d)$  pour exprimer les intensités  $I_{\max}$  et  $I_{\min}$ .

On remarque que le terme en cosinus de l'expression de l'intensité n'est pas modifié par rapport à l'équation (2.1) correspondant au cas d'une unique source ponctuelle. Ainsi, l'éclairage par deux sources ponctuelles distantes de  $b$  ne modifie ni la position des franges sur l'écran ni l'interfrange. L'extension spatiale de la source impacte par contre le contraste  $C$  de la figure d'interférences. Les franges perdent même toute visibilité lorsque  $C = 0$  : il y a brouillage. Lorsque  $b$  est augmenté à partir de la valeur nulle, la première observation du brouillage a lieu lorsque  $\pi a b / \lambda_0 d = \pi/2$  soit  $b = \lambda_0 d / 2a$ .

On peut donner une interprétation du phénomène de brouillage des franges. Pour cela, il faut se souvenir que la figure d'interférences observée sur l'écran résulte de la superposition de deux systèmes de franges décalés l'un par rapport à l'autre car les sources sont situées hors de l'axe optique. Considérons un point  $M$  de l'écran, notons  $\Delta p = p' - p''$  la différence d'ordre d'interférences en  $M$  des deux systèmes de franges. À partir des expressions de  $p'$  et  $p''$  trouvées précédemment, on a :

$$\Delta p = \frac{a b}{\lambda_0 d}.$$

Le premier brouillage des interférences apparaît lorsque  $\Delta p = 1/2$ , ce qui correspond à  $p' = p'' + 1/2$ . Supposons que l'interférence des ondes issues de  $S''$  soit constructive en  $M$ ,  $p''$  y est alors entier. Il vient donc que  $p'$  est demi-entier ce qui correspond à une interférence destructive en  $M$  pour les ondes issues de  $S'$ . Les deux systèmes de franges sont donc exactement décalés d'un demi-interfrange. L'intensité sur l'écran  $I$  étant la somme des intensités des deux systèmes de franges  $I'$  et  $I''$ , à chaque maximum de  $I'$  se somme un minimum de  $I''$  et *vice versa* de telle sorte que l'intensité résultante est uniforme sur l'écran est égale à  $4I_0$ , aucune interférence n'est visible. On dit qu'il y a **anticoïncidence** ce qui se manifeste par un brouillage de la figure d'interférences.

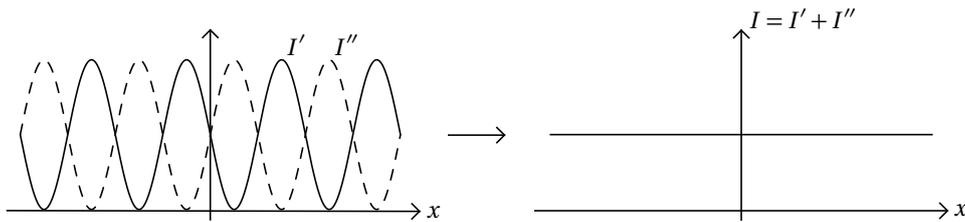


Figure 2.11. Anticoïncidence de deux systèmes de franges.



#### À retenir. Deux sources ponctuelles monochromatiques positionnées parallèlement à la direction des trous d'Young

L'utilisation de deux sources ponctuelles monochromatiques séparées d'une distance  $b$  positionnées parallèlement à la direction des trous modifie le contraste de la figure d'interférences. Il y a brouillage, c'est-à-dire que le contraste s'annule, lorsque les deux figures d'interférences créées par les sources sont en **anticoïncidence**. Ce phénomène apparaît pour la première fois lorsque la différence d'ordre d'interférences  $\Delta p$  en un point de l'écran entre les deux figures d'interférences est :

$$\Delta p = \frac{1}{2}.$$

Ce qui correspond à une distance entre les sources de  $b = \lambda_0 d / 2a$ .

#### Remarque

Dans le cas de deux sources, il y a brouillage à chaque fois qu'il y a anticoïncidence, c'est-à-dire à chaque fois que  $\Delta p$  est demi-entier.

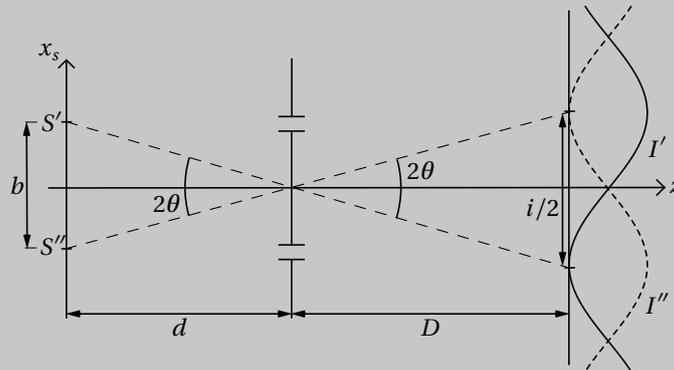


#### Conseils méthodologiques

On peut retrouver graphiquement la valeur de  $b$  correspondant au premier brouillage. Lors du brouillage, les réseaux de franges sont en anticoïncidence  $\Delta p = 1/2$ . Le réseau de franges issu de la source  $S'$  située en  $b/2$  est décalé vers les  $x$  négatifs formant un angle  $\theta$  avec l'axe optique (voir figure 2.12). Le réseau de franges issu de  $S''$  est décalé vers les  $x$  positifs formant le même angle  $\theta$  avec l'axe optique (voir figure 2.12). Les réseaux étant en anticoïncidence, une frange brillante de l'un se superpose avec une frange sombre de l'autre. C'est-à-dire que le décalage des deux réseaux de franges sur l'écran est d'un demi-interfrange  $i/2$ . En exprimant l'angle  $2\theta$  dans l'approximation des petits angles, on a :

$$2\theta = \frac{i/2}{D} = \frac{b}{d},$$

avec  $i = \lambda_0 D/a$ . On retrouve que le brouillage correspond à une distance entre les sources de  $b = \lambda_0 d/2a$ .



**Figure 2.12.** Distance entre deux sources ponctuelles menant à une antioincidence.

### 1.4.3. Source monochromatique réelle étendue

Une source réelle étendue peut être découpée en une infinité de sources ponctuelles. Il faut donc généraliser les résultats obtenus précédemment :

- *Source réelle étendue perpendiculairement à la direction des trous d'Young* : des points sources disposés perpendiculairement à la direction des trous augmentent la luminosité sur l'écran sans modifier la figure d'interférences.



#### À retenir. Source étendue perpendiculairement à la direction des trous d'Young

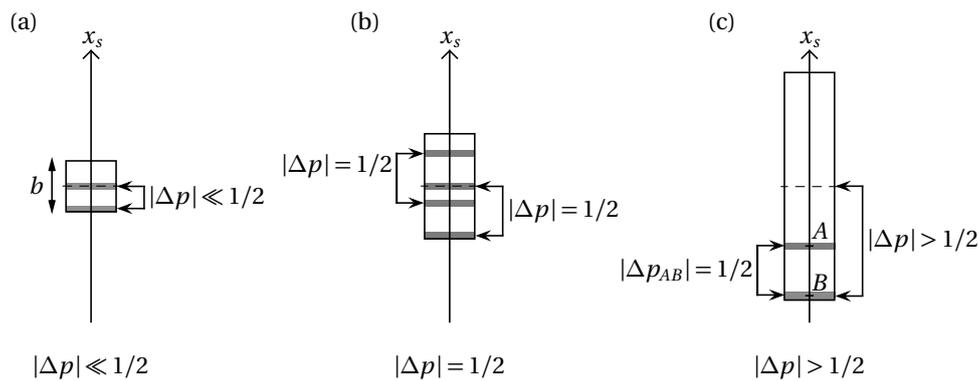
Une source réelle étendue perpendiculairement à la direction des trous augmente la luminosité sur l'écran sans modifier la figure d'interférences.

- *Source réelle étendue dans la direction des trous d'Young* : expérimentalement, on observe que tant que la dimension de la source  $b$  dans la direction des trous d'Young reste faible, la figure d'interférences présente un bon contraste et sa luminosité augmente. Lorsque la dimension de la source  $b$  est augmentée, le contraste chute jusqu'à s'annuler puis reste faible.

Pour interpréter ces observations expérimentales, notons  $\Delta p = \frac{a(b/2)}{\lambda_0 d}$  la variation d'ordre d'interférences en un point de l'écran évaluée entre deux points de la source séparés d'une distance  $b/2$  correspondant à la demi-extension spatiale de la source.

- Tant que  $|\Delta p| \ll 1$ , c'est-à-dire  $\frac{a(b/2)}{\lambda_0 d} \ll 1$ , les systèmes de franges résultant de l'interférence de chaque point de la source se superposent en coïncidence (voir figure 2.13(a)). La figure d'interférences est alors identique à celle obtenue avec une source ponctuelle mais est plus lumineuse.

- Lorsque  $|\Delta p| = 1/2$ , c'est-à-dire  $\frac{a(b/2)}{\lambda_0 d} = 1$ , on peut associer deux à deux les points de la source de telle sorte que la différence d'ordre d'interférences en un point de l'écran entre ces deux points est  $|\Delta p| = 1/2$  (voir figure 2.13(b)). Les systèmes de franges sont en antioïncidence deux à deux, l'éclairement total est uniforme.
- Lorsque  $|\Delta p| > 1$ , c'est-à-dire  $\frac{a(b/2)}{\lambda_0 d} > 1$ , des franges se superposent à cet éclairement uniforme donc le contraste de la figure d'interférences reste faible (voir figure 2.13(c)).



**Figure 2.13.** Associations de sources ponctuelles dans une source étendue dans le cas  $|\Delta p| \ll 1$  (a),  $|\Delta p| = 1/2$  (b) et  $|\Delta p| > 1/2$  (c).



**À retenir. Source étendue dans la direction des trous d'Young - Cohérence spatiale**

- Dans le cas où la source est peu étendue spatialement, c'est-à-dire si  $\Delta p$  est tel que :

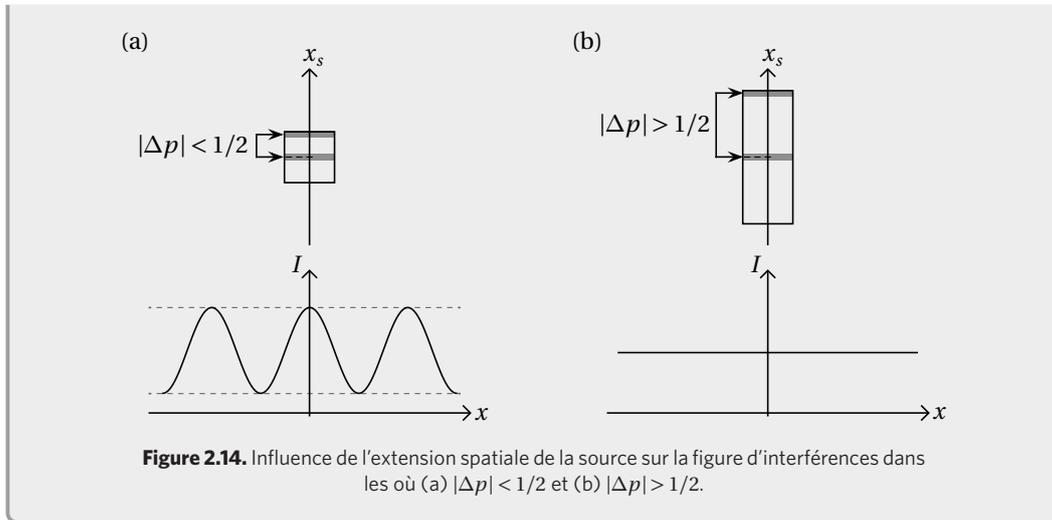
$$|\Delta p| < \frac{1}{2},$$

la figure d'interférences sur l'écran présente un bon contraste. On dit que la source est **cohérente spatialement** (voir figure 2.14(a)).

- Une source réelle étendue dans la direction des trous d'Young conduit à un brouillage si la variation d'ordre d'interférences  $\Delta p$  évaluée sur la moitié de l'étendue spatiale de la source est :

$$|\Delta p| > \frac{1}{2}.$$

On dit que la source est **incohérente spatialement** (voir figure 2.14(b)).



#### 1.4.4. Effet de la diffraction

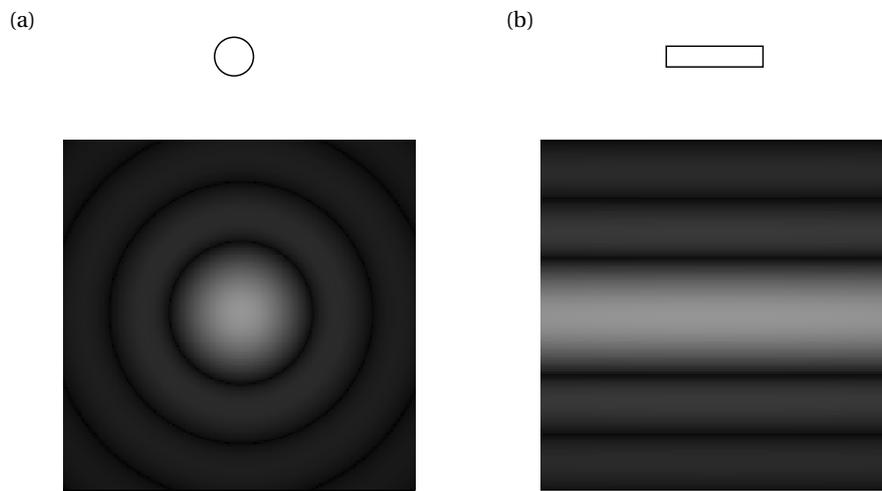
On peut voir sur la figure 2.4 que la zone sur laquelle les interférences sont observables est limitée spatialement. Comme il a été discuté précédemment, c'est le phénomène de diffraction par les trous qui définit le champ d'interférences. Le profil d'intensité sur l'écran résulte donc de la contribution de deux phénomènes :

- les interférences des ondes issues des deux trous d'Young donnant des franges brillantes et sombres;
- la diffraction qui limite la zone d'observation des interférences modulant ainsi la figure d'interférences.

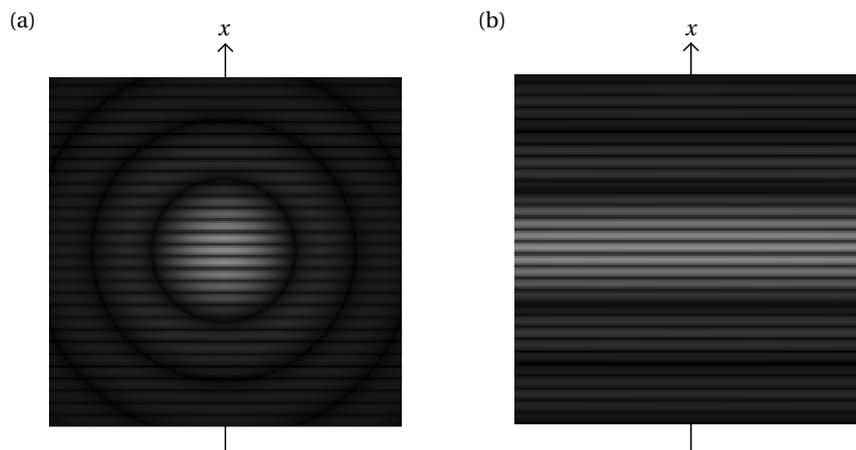
L'intensité sur l'écran s'écrit sous la forme :  $I(M) = \mathcal{S}_{\text{diff}}(M)I_{\text{interf}}(M)$  où  $\mathcal{S}_{\text{diff}}(M)$  est l'intensité normalisée au point  $M$  due au phénomène de *diffraction par une unique ouverture* et  $I_{\text{interf}}(M)$  est l'intensité en  $M$  résultant du phénomène d'interférences, son expression est donnée par la formule de Fresnel. Le passage de trous à une autre forme d'ouverture qui reste tout de même infiniment fine dans la direction  $x$  ne modifie que la forme de la zone d'interférences et donc  $\mathcal{S}_{\text{diff}}$  sans impacter la forme des interférences c'est-à-dire  $I_{\text{interf}}$ .

Un inconvénient du dispositif de trous d'Young réside dans le fait que les trous doivent être de petite dimension ( $\approx \mu\text{m}$ ) pour assurer une ouverture du faisceau de sortie  $\theta \sim \lambda_0/R$  suffisamment importante afin d'obtenir une zone d'interférences observable sur l'écran. La faible dimension des trous ne laisse alors passer que peu de lumière et donc la luminosité de la figure d'interférences est faible.

On en vient souvent à remplacer les trous d'Young par deux fentes d'Young parallèles et de direction perpendiculaire à l'axe ( $Ox$ ). Ce dispositif présente la même figure d'interférences que les trous car la distance  $a$  séparant les fentes est identique à celle séparant les trous. Le phénomène de diffraction par les fentes ne s'observe que dans la direction de l'axe ( $Ox$ ), direction dans laquelle la largeur des fentes ( $\approx \mu\text{m}$ ) est comparable à la longueur d'onde. Dans la direction perpendiculaire à l'axe ( $Ox$ ), qui est aussi la direction des franges d'interférences, le phénomène de diffraction est très peu marqué car les fentes sont de grande longueur ( $\approx \text{mm}$ ) par rapport à la longueur d'onde. On observe alors sur l'écran la figure représentée sur la figure 2.16(b).



**Figure 2.15.** Figures de diffraction d'une ouverture circulaire (a) et d'une ouverture rectangulaire (b).



**Figure 2.16.** Observations expérimentales des interférences lumineuses dans un dispositif de trous d'Young (a) et de fentes d'Young (b).

L'intérêt du dispositif de fentes d'Young est d'apporter beaucoup de lumière dans le dispositif, les franges d'interférences sont alors très lumineuses comparées à celles des trous d'Young.



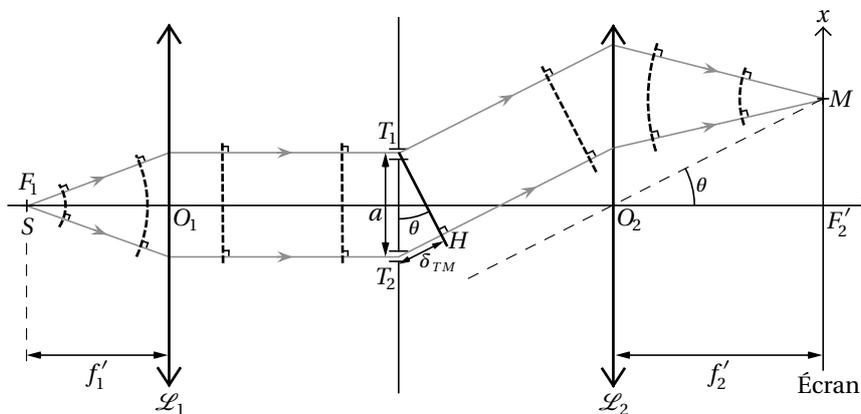
**À retenir. Dispositif de fentes d'Young**

On utilise couramment un dispositif de **fentes d'Young** composé de deux fentes parallèles de direction perpendiculaire à l'axe ( $Ox$ ) à la place de trous d'Young. Ce dispositif permet d'obtenir une meilleure luminosité au niveau de l'écran sans modifier la différence de marche et donc la figure d'interférences. Seul le profil de diffraction modulant la figure d'interférences est impacté.

## 1.5. Montage de Fraunhofer

L'étude du montage des trous d'Young a été menée dans l'approximation paraxiale, c'est-à-dire en supposant que la source et l'écran sont situés loin du plan des trous, de telle sorte que  $D \gg a$ ,  $x$  et  $d \gg a$ ,  $x_s$ . Afin de satisfaire ces conditions et améliorer la luminosité de la figure d'interférences, on utilise couramment un dispositif de fentes d'Young, plutôt que des trous, dans un **montage de Fraunhofer** (voir figure 2.17). Le principe du montage de Fraunhofer consiste à :

- simuler une source à l'infini en plaçant la source ponctuelle  $S$  au foyer objet d'une lentille convergente  $\mathcal{L}_1$ . Ceci permet de satisfaire rigoureusement la condition  $d \gg a$ ,  $x_s$ ;
- observer à l'infini en ramenant l'infini à distance finie, c'est-à-dire en plaçant un écran dans le plan focal image d'une lentille convergente  $\mathcal{L}_2$ . Ceci permet de satisfaire rigoureusement la condition  $D \gg a$ ,  $x_s$ .



**Figure 2.17.** Fentes d'Young ( $T_1$  et  $T_2$ ) dans un montage de Fraunhofer. Les surfaces d'ondes sont représentées en traits épais perpendiculaires aux rayons lumineux.

Considérons un point  $M$  de l'écran d'abscisse  $x$  et calculons la différence de marche  $\delta_M$  entre les deux rayons issus de  $S$  passant par  $T_1$  et  $T_2$  et convergeant en  $M$ . La différence de marche s'écrit :

$$\delta_M = (ST_2M) - (ST_1M) = (ST_2) - (ST_1) + (T_2M) - (T_1M) = \delta_{ST} + \delta_{TM}.$$

Étudions les termes  $\delta_{ST}$  et  $\delta_{TM}$  composant la différence de marche :

- le terme  $\delta_{ST} = (ST_2) - (ST_1)$  correspond à la différence de chemins optiques entre le rayon allant de  $S$  à  $T_2$  et celui allant de  $S$  à  $T_1$ . Par construction géométrique, la source étant située au point focal objet de la lentille  $\mathcal{L}_1$ , les rayons lumineux passant par  $T_1$  et  $T_2$  émergent de la lentille parallèles à la fois entre eux et à l'axe optique. D'après la **loi de Malus**, les surfaces d'ondes sont perpendiculaires aux rayons lumineux. Les surfaces d'ondes sont donc sphériques avant la lentille  $\mathcal{L}_1$  puis deviennent planes perpendiculaires à l'axe optique après le passage de la lentille. Le plan d'onde au niveau des fentes d'Young passe donc par  $T_1$  et  $T_2$ . Une surface d'onde étant formée de l'ensemble des points de même chemin optique, les chemins optiques  $(ST_1)$  et  $(ST_2)$  sont égaux et le terme  $\delta_{ST} = 0$ .



### Conseils méthodologiques

La loi de Malus indique que les surfaces d'ondes sont perpendiculaires aux rayons lumineux. Ainsi, pour déterminer les surfaces d'ondes, il faut commencer par tracer les rayons lumineux de l'optique géométrique puis tracer les perpendiculaires aux rayons pour trouver la surface d'onde.

- le terme  $\delta_{TM} = (T_2M) - (T_1M)$  correspond à la différence de chemins optiques entre le rayon allant de  $T_2$  à  $M$  et celui allant de  $T_1$  à  $M$ .



**Conseils méthodologiques**

Pour évaluer le terme  $\delta_{TM} = (T_2M) - (T_1M)$ , il faut utiliser le retour inverse de la lumière et adapter le raisonnement précédent sur les surfaces d'ondes au cas où  $M$  se comporte comme un point source.

Par retour inverse de la lumière, le point  $M$  se comporte comme un point source émettant des ondes sphériques. Les rayons lumineux émergents de  $\mathcal{L}_2$  et passant par l'un en  $T_1$  et pour l'autre en  $T_2$  sont parallèles entre eux mais forment un angle  $\theta$  avec la perpendiculaire à l'axe optique. Les surfaces d'ondes étant perpendiculaires aux rayons lumineux, elles sont donc planes en sortie des trous. En traçant la surface d'onde qui passe en  $T_1$ , on remarque que le plan ne passe pas en  $T_2$ . Il existe donc une différence de marche entre ces deux ondes, l'onde provenant de  $T_2$  et allant en  $M$  doit parcourir une distance supplémentaire  $\delta_{TM}$ .

L'expression de  $\delta_{TM}$  s'obtient par des arguments de trigonométrie. Dans le triangle rectangle  $T_1 T_2 H$ , on lit  $\delta_{TM} = a \sin(\theta)$  et dans le triangle rectangle  $O_2 F' 2 M$ , on a  $\tan(\theta) = x / f'_2$ .

En considérant  $\theta \ll 1$  rad, on peut utiliser l'approximation des petits angles :  $\sin(\theta) \approx \theta$  et  $\tan(\theta) \approx \theta$ . Il vient alors :  $\delta_{TM} = a\theta = \frac{ax}{f'_2}$ .



**À retenir. Montage de Fraunhofer**

Le **montage de Fraunhofer** utilise deux lentilles minces convergentes permettant de simuler une source et un écran d'observation à l'infini du plan des fentes d'Young. Pour cela, la source est placée dans le plan focal objet de la première lentille  $\mathcal{L}_1$  et l'écran est positionné dans le plan focal image de la seconde lentille  $\mathcal{L}_2$ .

Pour un point source sur l'axe optique, la différence de marche en un point  $M$  de l'écran d'abscisse  $x$  est :

$$\delta_M = \frac{ax}{f'_2}$$

L'ordre d'interférences est  $p = \delta_M / \lambda_0 = ax / \lambda_0 f'_2$ . Les interférences constructives correspondant à une valeur entière de  $p$  forment donc des franges d'abscisse  $x$  constante. Les franges sont perpendiculaires à la direction  $T_1 T_2$ . L'interfrange est  $i = \lambda_0 f'_2 / a$ .

**Complément**

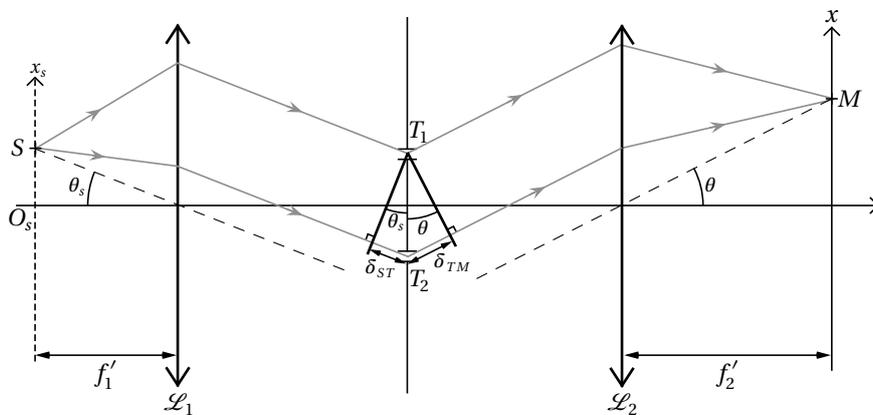
Dans le cas où le point source est situé hors de l'axe optique à une abscisse  $x_s$  suivant l'axe  $(O_s x_s)$ , les surfaces d'ondes entre la lentille  $\mathcal{L}_1$  et les trous sont toujours planes mais ne sont plus perpendiculaires à l'axe optique et font un angle  $\theta_s$  avec la perpendiculaire à l'axe optique. Le plan d'onde passant par  $T_1$  ne passe pas par  $T_2$ , la différence de chemin optique  $\delta_{ST}$  est non nulle. Si  $x_s > 0$ , le chemin optique  $(S T_1)$  est plus court que le chemin optique  $(S T_2)$ . Par des arguments de trigonométrie, on montre que dans l'approximation des petits angles  $\theta_s \ll 1$  rad, la différence de chemin optique  $\delta_{ST}$  s'écrit :

$$\delta_{ST} = \frac{ax_s}{f'_1}$$

La différence de chemin  $\delta_{TM}$  est inchangée de telle sorte que la différence de marche en un point  $M$  de l'écran devient alors :

$$\delta_M = \frac{ax_s}{f'_1} + \frac{ax}{f'_2}.$$

On retrouve une expression de la différence de marche similaire formellement à ce qui a été déterminé précédemment pour l'interféromètre à trous d'Young où la source et l'écran sont à distance finie en utilisant la correspondance  $d \leftrightarrow f'_1$  et  $D \leftrightarrow f'_2$ . Il s'ensuit que le montage de Fraunhofer utilisant les fentes d'Young reste aussi sensible à la cohérence spatiale, la figure d'interférences se brouille lorsque la source est étendue spatialement dans la direction des trous.



**Figure 2.18.** Fentes d'Young dans un montage de Fraunhofer éclairé par un point source hors de l'axe optique.

## 2 Interférences à $N$ ondes

Une interférence à  $N$  ondes résulte de la superposition de ces ondes en un même point d'observation. Il a été vu précédemment que la superposition de deux ondes peut être réalisée au travers de l'utilisation de fentes d'Young composées de deux fentes parallèles percées dans un écran opaque. De manière intuitive, on peut penser à utiliser un dispositif constitué de  $N$  fentes pour observer une interférence à  $N$  ondes, ce type de dispositif est appelé *réseau* et fait l'objet des parties suivantes.

### 2.1. Exemple du réseau

Un réseau est un dispositif constitué de  $N$  fentes  $T_n$ , régulièrement espacés d'une distance  $a$  appelée *pas du réseau*. Utilisé dans un montage de Fraunhofer et éclairé par un point source monochromatique  $S$ , les rayons arrivent parallèles entre eux et forment un angle orienté  $i_0$  avec la normale du réseau. Les rayons lumineux se croisant en un même point  $M$  de l'écran émergent du réseau parallèles entre eux et forment un angle  $i$  avec la normale du réseau (voir figure 2.19).

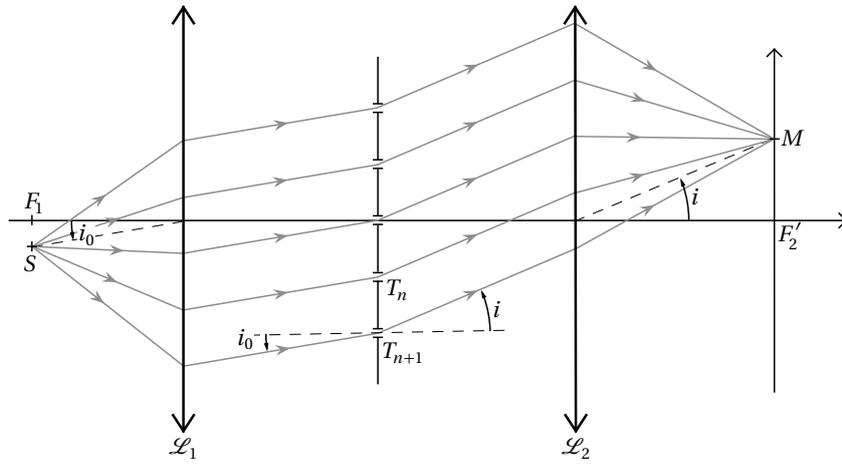


Figure 2.19. Réseau plan utilisé dans un montage de Fraunhofer.

Les lentilles ne modifiant que la forme des surfaces d'ondes sans introduire de différence de marche, on peut déterminer la différence de marche entre deux ondes passant par deux trous successifs en traçant les surfaces d'ondes au niveau des fentes. Considérons les fentes  $T_n$  et  $T_{n+1}$  dans le cas où  $i_0$  et  $i$  sont positifs. La différence de marche entre les deux ondes passant par ces fentes est :

$$\delta_{n+1/n} = (ST_{n+1}M) - (ST_nM) = (ST_{n+1}) - (ST_n) + (T_{n+1}M) - (T_nM).$$

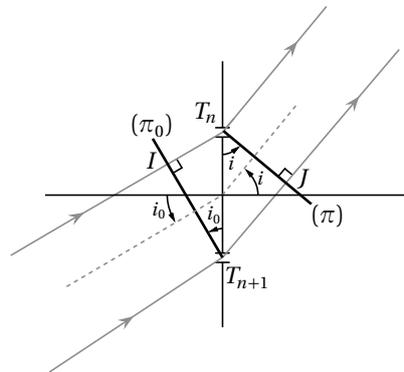


Figure 2.20. Calcul de la différence de marche entre deux ondes passant par des trous voisins.

En traçant le plan d'onde  $(\pi_0)$  pour l'onde incidente sur le réseau émise par S ainsi que le plan  $(\pi)$  pour l'onde qui serait émise par M par retour inverse de la lumière, on peut déterminer l'expression de la différence de marche par des arguments de géométrie :

$$\delta_{n+1/n} = JT_{n+1} - IT_n = a \sin(i) - a \sin(i_0).$$

Un réseau étant une structure périodique, la différence de marche entre les ondes passant par deux fentes successives est indépendante des fentes considérées,  $\delta_{n+1/n} = \delta$ . Le déphasage entre ces deux ondes est :

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} (a \sin(i) - a \sin(i_0)).$$

En prenant comme référence de phase l'onde passant au travers de la fente  $T_0$ , la phase de l'onde passant par la fente  $T_n$  est  $\varphi_n = n\varphi$ . On observe alors que les retards de phase des ondes  $\varphi_n$  sont en progression arithmétique.

## 2.2. Conditions d'interférences et demi-largeur des franges brillantes

Dans le cas général de la superposition de  $N$  ondes cohérentes de même intensité  $I_0$  en un point  $M$  pour lesquelles les retards de phase des ondes sont en progression arithmétique  $\varphi_n = n\varphi$ , les amplitudes complexes des ondes s'écrivent :

$$\underline{S}_n(M) = \sqrt{I_0} e^{-jn\varphi} \quad \text{avec } n \in \llbracket 0, N-1 \rrbracket,$$

où l'onde  $S_0$  a été prise comme référence de phase de telle sorte que  $\varphi_0 = 0$ .

L'amplitude complexe  $\underline{S}(M)$  de l'onde lumineuse au point de superposition  $M$  sur l'écran s'écrit alors :

$$\underline{S}(M) = \sum_n \underline{S}_n(M) = \sum_n \sqrt{I_0} e^{-jn\varphi} \quad \text{avec } n \in \llbracket 0, N-1 \rrbracket.$$

Cette somme est une somme géométrique de raison  $e^{-j\varphi}$  contenant  $N$  termes. Il s'ensuit que l'expression de  $\underline{S}(M)$  peut être explicitée et s'écrit :

$$\underline{S}(M) = \sqrt{I_0} \frac{1 - e^{-jN\varphi}}{1 - e^{-j\varphi}}.$$

On en déduit alors l'expression de l'intensité lumineuse au point  $M$  :

$$I(M) = |\underline{S}(M)|^2 = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{N}{2}\varphi\right)}{\sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)}. \quad (2.2)$$

L'intensité relative  $I/I_0$  est représentée pour différentes valeurs de  $N$  sur la figure 2.21.

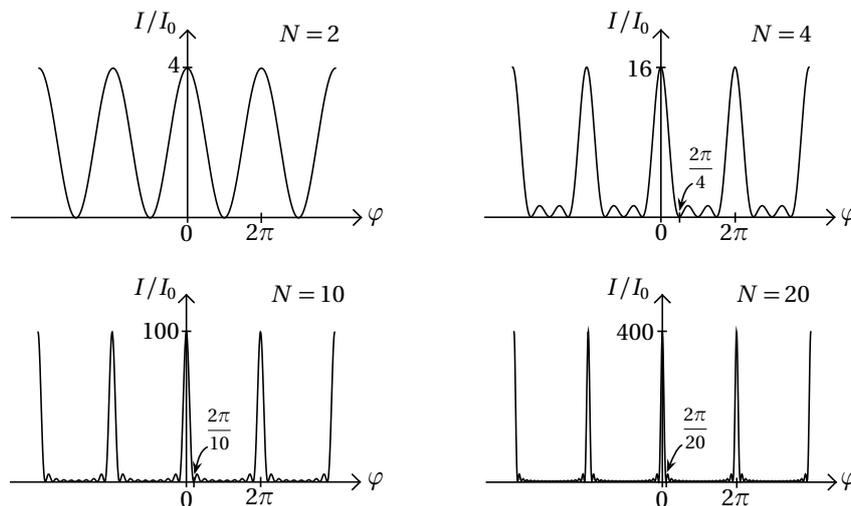


Figure 2.21. Intensité en un point  $M$  de l'écran en fonction de  $\varphi$  pour différentes valeurs de  $N$ .

Sur les tracés de la figure 2.21, on peut identifier les caractéristiques importantes de l'interférence à  $N$  ondes :

- l'intensité d'une frange brillante est d'autant plus importante que  $N$  est grand et cette intensité est proportionnelle à  $N^2$ .
- on observe une interférence constructive et donc une frange brillante pour  $\varphi = p2\pi$  avec  $p$  un entier.
- la largeur en déphasage  $\varphi$  des franges brillantes est d'autant plus petite que  $N$  est grand et cette largeur est proportionnelle à  $1/N$ .

Afin de valider analytiquement ces observations, étudions plus précisément l'expression de l'intensité  $I(M)$  donnée par l'équation (2.2).

### 2.2.1. Condition d'interférences constructives

L'expression de l'intensité en  $M$  passe par un maximum lorsque  $\sin(\varphi/2)$  est minimal c'est-à-dire lorsque  $\sin(\varphi/2) = 0$ . Il y a donc interférences constructives lorsque  $\varphi = p2\pi$  où  $p$  est un entier. Les ondes sont alors en phase deux à deux ce qui revient à dire que toutes les ondes qui se superposent en  $M$  sont en phase. Il y a donc interférence constructive lorsque toutes les ondes sont en phase.

En effectuant un développement limité de l'expression de  $I(M)$  au voisinage de  $\varphi = p2\pi$  où  $p$  est un entier, il vient que l'intensité au niveau d'une frange brillante est

$$I(M) = I_{\max} \sim I_0 \frac{\left(\frac{N}{2}\varphi\right)^2}{\left(\frac{\varphi}{2}\right)^2} = N^2 I_0.$$

#### Remarque

La valeur  $I_{\max} = N^2 I_0$  de l'intensité d'une frange brillante s'explique en se rappelant que lors de la superposition d'ondes cohérentes, ce sont les amplitudes qui se somment. Ainsi, l'amplitude de l'onde au niveau d'une frange brillante est  $S_{\max} = N S_0 = N \sqrt{I_0}$  donc  $I_{\max} = |S_{\max}|^2 = N^2 I_0$ .



#### À retenir. Interférences constructives à $N$ ondes

Lors de la superposition en un point  $M$  de  $N$  ondes cohérentes de mêmes intensités  $I_0$  dont les retards de phase sont en progression arithmétique  $\varphi_n = n\varphi$  :

- il y a interférence constructive si **toutes les ondes sont en phase**, c'est-à-dire si le déphasage entre deux ondes consécutives  $\varphi$  est tel que  $\varphi = p2\pi$  avec  $p$  un entier.
- l'intensité au niveau d'une frange brillante est  $I_{\max} = N^2 I_0$ . **L'intensité évolue comme le carré du nombre d'ondes qui interfèrent.**

### 2.2.2. Demi-largeur d'une frange brillante

La demi-largeur d'une frange brillante  $\delta\varphi_{1/2}$  correspond à l'écart en déphasage  $\varphi$  entre une configuration où il y a interférence constructive et la première annulation de l'intensité suivante. Considérons la frange brillante correspondant à  $\varphi = 0$ . La première annulation pour  $\varphi > 0$  de l'intensité  $I(M)$  arrive lorsque  $\sin\left(\frac{N}{2}\varphi\right) = 0$ , c'est-à-dire pour  $\varphi = \frac{2\pi}{N}$ .

La demi-largeur d'une frange brillante est donc donnée par  $\delta\varphi_{1/2} = \frac{2\pi}{N}$ .



### À retenir. Demi-largeur d'une frange brillante

Lors de la superposition en un point  $M$  de  $N$  ondes cohérentes de mêmes intensités  $I_0$  dont les retards de phase sont en progression arithmétique  $\varphi_n = n\varphi$ , la demi-largeur en déphasage d'une frange brillante est :

$$\delta\varphi_{1/2} = \frac{2\pi}{N}.$$

Une interférence constructive donne lieu à **une frange brillante d'autant plus fine que  $N$  est élevé.**

## 2.3. Formule des réseaux

Revenons sur le cas du réseau présenté dans la section 2.1. pour lequel :

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} (a \sin(i) - a \sin(i_0)).$$

D'après ce qui a été discuté dans la partie précédente, il y a interférence constructive lorsque toutes les ondes arrivent en phase en  $M$ , ce qui se traduit par :

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} (a \sin(i) - a \sin(i_0)) = p2\pi,$$

avec  $p$  un entier correspondant à l'ordre d'interférences pour deux ondes passant par des fentes voisines  $p = \varphi/2\pi = \delta/\lambda_0$ . On en déduit qu'il n'y a interférence constructive que dans certaines directions des rayons émergents repérées par l'angle  $i$  dont l'expression est donnée par la **formule des réseaux**.

### À retenir. Formule des réseaux

Si on éclaire un réseau de pas  $a$  avec une onde monochromatique de longueur d'onde  $\lambda_0$  faisant un angle  $i_0$  avec la normale du réseau, il n'y a interférence constructive entre les ondes émergentes que dans des directions particulières repérées par l'angle  $i$  par rapport à la normale du réseau dont l'expression est donnée par la **formule des réseaux** :

$$\sin(i) - \sin(i_0) = p \frac{\lambda_0}{a} \quad \text{avec } p \in \mathbb{Z}.$$

Il apparaît alors sur l'écran des franges brillantes de forte intensité  $I = N^2 I_0$  dont la largeur est proportionnelle à  $1/N$  et localisées en  $x_c = f'_2 \tan(i)$  correspondant chacune à un ordre d'interférences  $p$  entier. Les positions des maxima d'intensité dépendent de deux paramètres :

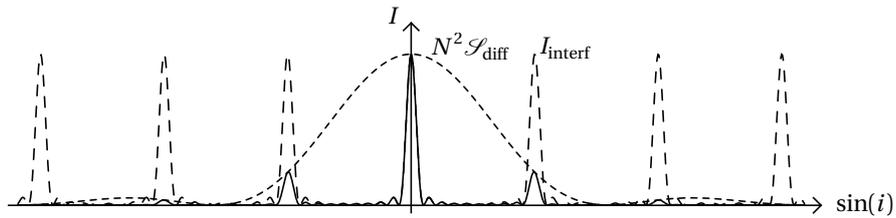
- *le pas du réseau  $a$*  : plus le pas du réseau est faible et plus les maxima sont séparés angulairement ;
- *la longueur d'onde  $\lambda_0$  de l'onde* : plus la longueur d'onde est grande et plus les maxima sont séparés angulairement.

### Complément

Le réseau étant composé de fentes, la figure de diffraction par une fente se superpose à la figure d'interférence à  $N$  ondes (voir figure 2.22). L'intensité en un point  $M$  de l'écran s'écrit :

$$I(M) = \mathcal{S}_{\text{diff}}(M) I_{\text{interf}}(M),$$

où  $\mathcal{I}_{\text{diff}}(M)$  est l'intensité normalisée au point  $M$  due au phénomène de diffraction par une fente et  $I_{\text{interf}}$  est l'intensité au point  $M$  résultant de l'interférence à  $N$  ondes.



**Figure 2.22.** Influence de la diffraction sur la luminosité sur l'intensité sur l'écran.

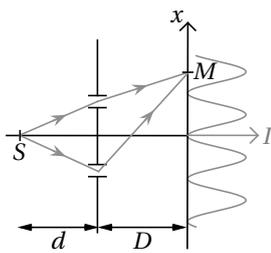


### Attention !

On parle couramment de **diffraction par un réseau** en qualifiant  $p$  d'ordre de diffraction. Il faut cependant bien garder à l'esprit qu'il s'agit d'une interférence à  $N$  ondes que vient moduler la figure de diffraction par une unique ouverture (voir figure 2.22).

# FICHE SYNTHÈSE

## Division du front d'onde : trous d'Young



- Lorsqu'on éclaire deux **trous d'Young** séparés d'une distance  $a$ , l'ordre d'interférences en un point  $M$  d'abscisse  $x$  sur l'écran est :

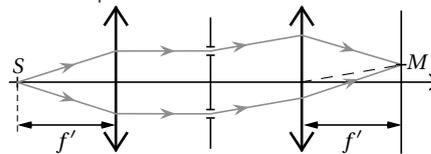
$$p = \frac{ax}{\lambda_0 D}$$

Les zones d'interférences constructives forment des **franges rectilignes orthogonales à la direction reliant les trous**. La distance sur l'écran entre deux franges est **l'interfrange** :

$$i = \frac{\lambda_0 D}{a}$$

- L'utilisation de deux fentes parallèles, appelées **fentes d'Young**, à la place des trous d'Young permet d'augmenter la luminosité de la figure d'interférences en ne modifiant que le profil de diffraction et aucunement la forme des interférences.
- Les franges d'interférences ne sont **pas localisées** dans l'espace.
- Montage de Fraunhofer :**  
L'ordre d'interférences en un point  $M$  de l'écran d'abscisse  $x$  est :

$$p = \frac{ax}{\lambda_0 f'}$$



## Cohérence spatiale

- Si le point source éclairant des trous d'Young est décalé de l'axe optique d'une distance  $x_s$  dans la direction des trous, l'ordre d'interférences en un point  $M$  d'abscisse  $x$  s'écrit :

$$p = \frac{ax}{\lambda_0 D} + \frac{ax_s}{\lambda_0 a}$$

Le **système de frange est translaté** et la frange centrale se situe en  $x_c = -x_s D/a$ .

- Dans le cas de deux points sources décalés de l'axe optique éclairant des trous d'Young, la figure d'interférences observée sur l'écran résulte de la **superposition des figure d'interférences** de chaque source prise indépendamment  $I_{\text{tot}} = I_1 + I_2$ . Lorsque les deux systèmes de franges sont en opposition de phase, on dit qu'il y a **anticoïncidence**. Il y a brouillage de la figure d'interférences sur l'écran, le contraste des interférences s'annule  $C = 0$ .
- En éclairant des trous d'Young par une source étendue :
  - si la source est étendue dans la direction orthogonale à la direction des trous, la visibilité de la figure d'interférences n'est pas modifiée, elle apparaît **plus lumineuse**;
  - si la source est étendue dans la direction des trous, on observe une **chute du contraste** des interférences avec l'extension de la source.

**Critère de brouillage :** on considère qu'il y a brouillage des interférences sur l'écran si pour deux points de la source séparés par une distance égale à la moitié de l'étendue spatiale de la source on a  $|\Delta p| > 1/2$ . Le contraste de la figure d'interférences est alors nul  $C = 0$ , la source est dite **incohérente spatialement**.

### Interférences à $N$ ondes

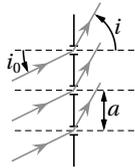
La superposition en un point  $M$  de  $N$  ondes cohérentes de mêmes intensités  $I_0$  dont les retards de phase sont en progression arithmétique est caractérisé par :

- une interférence constructive si toutes les ondes sont en phase. **L'intensité en  $M$  est  $I_{\max}(M) = N^2 I_0$ , elle évolue comme le carré du nombre d'ondes qui interfèrent.**
- une demi-largeur de frange brillante :

$$\delta\varphi_{1/2} = \frac{2\pi}{N}$$

**Une frange brillante d'autant plus fine que  $N$  est élevé.**

### Réseaux



Le cas de  $N$  fentes d'Young alignées équidistantes modélise un réseau plan. Les directions où l'intensité est non négligeable sont données par la **formule des réseaux en transmission** :

$$\sin(i) - \sin(i_0) = p \frac{\lambda_0}{a} \quad \text{avec } p \in \mathbb{Z}.$$

RETROUVEZ ICI LA SYNTHÈSE  
DE CE CHAPITRE À TÉLÉCHARGER

[www.lienmini.fr/212907-SYNTH-2](http://www.lienmini.fr/212907-SYNTH-2)



# EXERCICES

## Vrai ou Faux

	Vrai	Faux
a) Avec des trous d'Young, les franges d'interférences sont localisées en un unique plan de l'espace. C'est dans ce plan qu'il faut placer l'écran pour observer les interférences.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b) L'interfrange est doublée lorsqu'on multiplie par deux la distance entre les trous d'Young.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c) L'utilisation de fentes parallèles à la place de trous d'Young ne modifie pas la forme de la figure d'interférences sur l'écran.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d) Lorsqu'une source est écartée de l'axe optique d'une distance $x_s$ , l'interfrange de la figure d'interférences n'est pas modifiée.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e) Pour deux sources situées à une distance $b/2$ de part et d'autre de l'axe optique, il y a antioïncidence des systèmes de franges si $b = \frac{\lambda_0 d}{2a},$ avec $d$ la distance entre le plan des sources et le plan des trous d'Young.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
f) Pour un même faisceau laser, les interférences constructives de réseaux de 300 traits/mm et 100 traits/mm ont les mêmes intensités.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
g) La superposition de $N$ ondes cohérentes de même intensité peut donner lieu à une intensité nulle au point de superposition.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

## Exercices d'application du chapitre 2

●○○  
15 min.

### EXERCICE 1 Mesure d'indice optique (d'après oral CCINP)

Un dispositif de trous d'Young est utilisé dans un montage de Fraunhofer. Ce dispositif est éclairé par une source  $S$  ponctuelle et monochromatique de longueur d'onde  $\lambda_0 = 589$  nm placée au point focal objet d'une lentille  $\mathcal{L}_1$ . Une photodiode positionnée au point focal image de la lentille  $\mathcal{L}_2$  mesure l'intensité en ce point. En vue de mesurer des indices optiques avec ce dispositif, deux cuves  $C_1$  et  $C_2$  de longueur  $\ell = 20,00$  cm sont respectivement placées devant les trous  $T_1$  et  $T_2$ . Initialement, les cuves sont remplies d'air à la pression atmosphérique.

1. On note  $I_0$  l'intensité reçue en  $F_2'$  en bouchant un des trous, quelle intensité est initialement mesurée par la photodiode?
2. On utilise une pompe pour faire le vide dans la cuve  $C_2$ . Dans quel sens se traduisent les franges?
3. Lorsque la cuve  $C_2$  est considérée comme vide, la photodiode a enregistré le défilement de  $N = 92$  franges brillantes durant la phase de pompage et détecte une intensité nulle à la fin. En déduire la valeur numérique de l'indice optique de l'air.

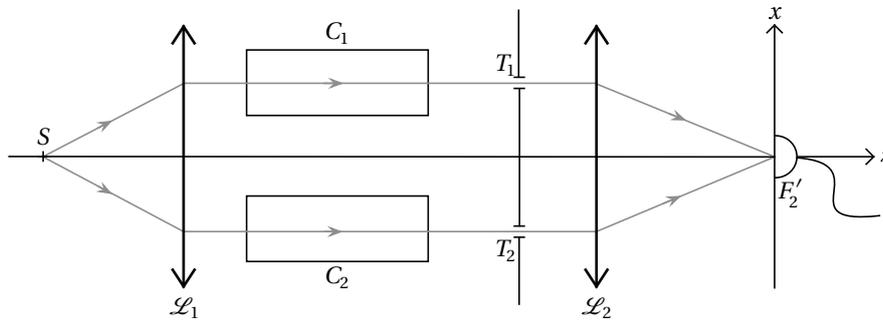


Figure 2.23. Dispositif interférentiel utilisé pour mesurer l'indice optique d'un composant.

●●○  
20 min.

### EXERCICE 2 Mesure de l'écart angulaire de deux étoiles (d'après oral Mines-Télécom)

Soient deux étoiles  $E_1$  et  $E_2$  formant deux sources ponctuelles monochromatiques à l'infini de longueur d'onde  $\lambda_0 = 0,5 \mu\text{m}$  et de même intensité lumineuse  $I_0$ . Les rayons incidents forment un angle  $\varepsilon/2$  avec l'axe optique où  $\varepsilon$  est l'écart angulaire entre les étoiles. Le dispositif de mesure est constitué de deux trous d'Young séparés d'une distance  $a = 0,1 \text{ mm}$ . L'observation se fait sur un écran positionné dans le plan focal image d'une lentille mince convergente de distance focale  $f' = 1 \text{ m}$ . On supposera que l'indice de l'air est  $n_{\text{air}} = 1$ .

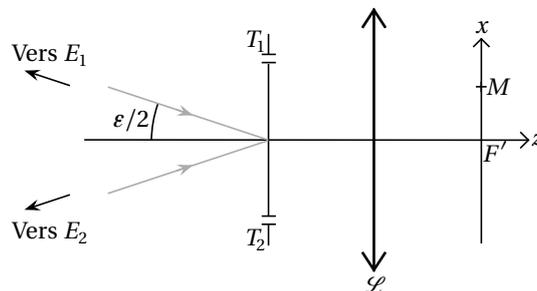


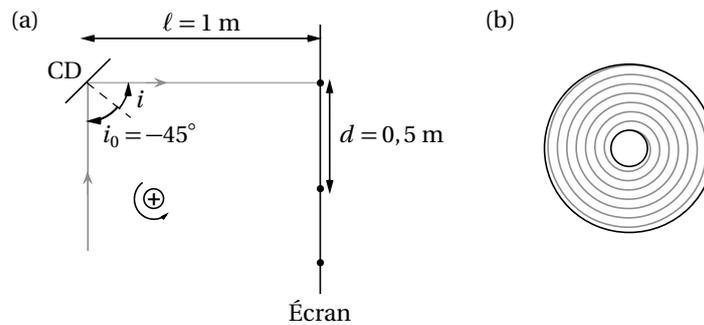
Figure 2.24. Mesure de l'écart angulaire entre deux étoiles par interférométrie.

1. Quelle est l'intensité sur l'écran si un des trous est bouché? On considère par la suite que les deux trous sont ouverts.
2. Exprimer l'intensité sur l'écran dans le cas où seule l'étoile  $E_2$  éclaire le dispositif. Décrire la figure d'interférences observée et calculer l'interfrange  $i$  sur l'écran.
3. Déterminer l'intensité sur l'écran lorsque les deux étoiles éclairent le dispositif. Décrire la figure d'interférences observée. L'interfrange est-elle modifiée par rapport au cas précédent?
4. La distance  $a$  entre les trous d'Young peut être modifiée expérimentalement. Déterminer les valeurs de  $a$  pour lesquelles il y a brouillage des franges sur l'écran. En déduire une méthode de mesure de l'écart angulaire.
5. On considère deux étoiles dont l'écart angulaire est  $\varepsilon = 10^{-6} \text{ rad}$ . Calculer la plus petite valeur de  $a$  permettant d'observer un brouillage ainsi que la valeur numérique de l'interfrange correspondante. Critiquer la méthode.

●○○  
15 min.

### EXERCICE 3 Capacité de stockage d'un CD

Les données d'un support CD, DVD ou Blu-ray sont gravées sous forme d'une piste en spirale de pas  $a$  parcourant l'ensemble du support optique.



**Figure 2.25.** (a) Dispositif de mesure de la distance entre les pistes d'un CD ou d'un DVD. (b) Schéma d'une piste de données.

1. La surface d'un de ces supports peut être considérée comme un réseau en réflexion de pas  $a$ . Montrer que les directions  $i$  suivant lesquelles on observe une intensité non nulle lorsque la surface est éclairée par un laser de longueur d'onde  $\lambda_0$  sous incidence  $i_0$  vérifient la relation :

$$\sin(i) + \sin(i_0) = p \frac{\lambda_0}{a} \quad \text{avec } p \in \mathbb{Z}.$$

Un faisceau laser rouge de longueur d'onde  $\lambda_0 = 633 \text{ nm}$  est envoyé sur la surface d'un CD avec un angle de  $45^\circ$  par rapport à la normale à la surface. Sur un écran situé à  $\ell = 1 \text{ m}$  du CD, on observe plusieurs taches lumineuses. Une de ces taches correspond au trajet du faisceau se réfléchissant sur la surface selon les lois de l'optique géométrique, on parle d'ordre géométrique. Les autres taches sont dues à la diffraction de l'onde par la surface du CD. On note que la distance entre l'ordre géométrique et la première tache de diffraction sur l'écran est  $d = 0,5 \text{ m}$ .

2. Dédurre des observations précédentes le pas  $a$  de la spirale gravée sur un CD.
3. Un disque CD possède un rayon extérieur de  $6 \text{ cm}$  et un rayon intérieur de  $2 \text{ cm}$ . Les lasers utilisés pour réaliser la lecture des données gravées sur un CD possèdent une longueur d'onde de l'ordre de  $800 \text{ nm}$ . Estimer, en octets, la capacité de stockage d'un CD.

●●○  
30 min.

### EXERCICE 4 EXPÉRIMENTAL Vélodimétrie

La vélocimétrie est une méthode optique utilisée pour mesurer la vitesse d'écoulement d'un fluide. On utilise pour cela un montage composé de deux fentes d'Young séparées d'une distance de  $a = (50 \pm 1) \mu\text{m}$  et de deux lentilles positionnées de part et d'autre du plan des fentes. Le schéma du dispositif est représenté sur la figure ci-dessous. On suppose que l'indice de l'air est  $n_{\text{air}} = 1$ .

Les lentilles  $\mathcal{L}_1$  et  $\mathcal{L}_2$  sont de même distance focale  $f' = (50,2 \pm 0,5) \text{ cm}$ . L'ensemble est éclairé par une source ponctuelle  $S$  de longueur d'onde  $\lambda_0 = 532 \text{ nm}$  et d'intensité  $I_0$ . On néglige l'incertitude sur  $\lambda_0$ .

1. À quelle distance doit-on positionner la source  $S$  de  $\mathcal{L}_1$  et l'écran de  $\mathcal{L}_2$  afin de réaliser un montage de Fraunhofer?
2. Exprimer la différence de marche  $\delta_M$  en un point  $M$  de l'écran d'abscisse  $x$ . En déduire l'expression de l'intensité  $I$  sur l'écran et de l'interfrange  $i$ .
3. Un fluide s'écoule suivant l'axe  $Ex$  de l'écran. On y ajoute une bille de métal. Sachant que la bille réfléchit une portion de l'intensité lumineuse  $I' = KI$ , à quelle condition sur la taille de la particule, le signal délivré par un détecteur d'intensité est-il une image du système de franges?

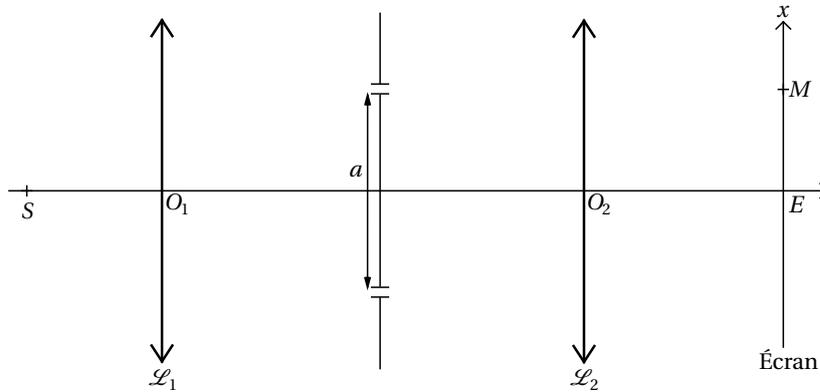


Figure 2.26. Montage optique utilisé pour réaliser une expérience de vélocimétrie.

4. Exprimer la vitesse  $v$  de l'écoulement en fonction des données du problème et de la fréquence  $f$  du signal enregistré par le détecteur.
5. Le signal ainsi enregistré a une fréquence  $f = 932,2$  Hz. Sachant que la fréquence du signal est mesurée avec une précision relative de  $10^{-3}$ , estimer la vitesse de l'écoulement ainsi que son incertitude-type par une méthode Monte-Carlo.

## Exercices d'approfondissement du chapitre 2

●●○  
20 min.

### EXERCICE A Bilentilles de Billet (d'après oral Mines-Ponts)

On considère une lentille convergente  $\mathcal{L}$  de distance focale  $f' = 20$  cm. On place une source ponctuelle monochromatique S de longueur d'onde  $\lambda_0 = 500$  nm sur l'axe de la lentille, à 60 cm de son centre. On suppose que l'indice de l'air est  $n_{\text{air}} = 1$ .

1. Donner la position de l'image  $S'$  de S. Que vaut le grandissement?
2. Retrouver la position de  $S'$  par une construction géométrique.

La lentille est sciée en deux parties identiques qu'on éloigne l'une de l'autre d'une distance  $\varepsilon = 2$  mm. On place un cache entre les deux demi-lentilles ainsi obtenues. On note  $O_1$  et  $O_2$  les centres optiques respectifs des demi-lentilles supérieure et inférieure (voir figure 2.27).

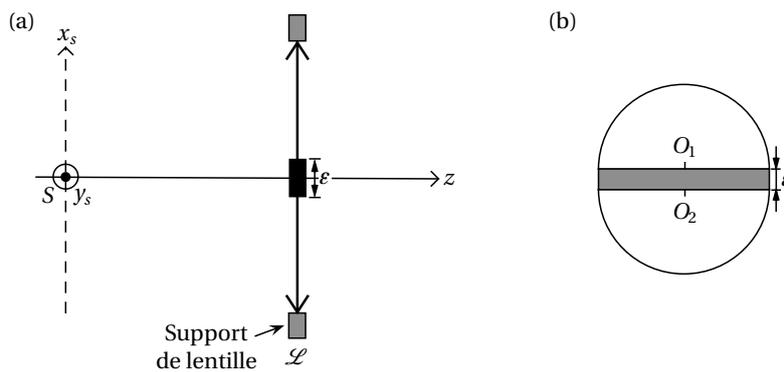


Figure 2.27. (a) Montage optique utilisant une bilentille de Billet. (b) Bilentille de Billet vue de face.

3. Déterminer les nouvelles images de S, notées  $S_1$  et  $S_2$ , et calculer la distance  $a = S_1 S_2$ .

4. On place un écran à une distance  $D = 3,0$  m de la lentille, grande devant  $f'$ . Décrire ce que l'on observe sur l'écran. Déterminer l'intensité en un point  $M$  de l'écran, en fonction de  $x$ , distance de  $M$  à l'axe passant par  $S$ .
5. Représenter sur un dessin le champ d'interférences.
6. Quel est le nombre de franges observables?
7. Que se passe-t-il si l'on utilise une source de la forme d'une fente fine étendue dans la direction :
  - (a) parallèle à  $(Sx_s)$ ?
  - (b) parallèle à  $(Sy_s)$ ?

●●●  
25 min.

### EXERCICE B Réseau en échelottes (d'après oral Mines-Ponts)

Un réseau constitué de  $N$  motifs en échelottes, semblables à ceux représentés sur la figure 2.28 sont gravés dans une plaque d'aluminium supposée parfaitement réfléchissante. Les échelottes sont supposées isocèles de grand côté  $b$  et on note  $\gamma$  l'angle entre l'horizontale et la direction du plan incliné d'une échelotte. On note  $O_n$  le milieu du grand côté de la  $n^{\text{ième}}$  échelotte.

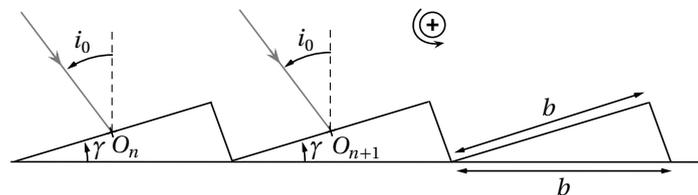


Figure 2.28. Réseau en échelottes.

Le réseau est éclairé par une onde plane monochromatique de longueur d'onde  $\lambda_0$  avec un angle d'incidence  $i_0$  par rapport à la normale au support. On suppose que l'indice de l'air est  $n_{\text{air}} = 1$ .

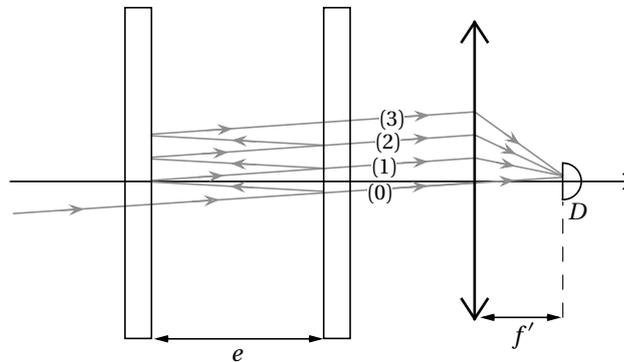
1. Calculer la différence de marche entre deux rayons réfléchis par deux échelottes voisines. En déduire la formule des réseaux en réflexion donnant les directions  $i$  selon lesquelles l'intensité est non nulle à l'infini.
2. Dans quelle direction a-t-on le maximum de réflexion? Quelle est la largeur angulaire de la tache centrale de diffraction par un motif du réseau?
3. Un réseau en échelottes de 100 traits/mm est éclairé sous incidence  $i_0 = 2\gamma$ . Déterminer  $\gamma$  pour que le maximum de réflexion corresponde à l'ordre 5 pour  $\lambda_0 = 550$  nm.
4. Déterminer les positions angulaires des ordres 5 pour le rouge et le violet. Que dire de la luminosité des extrémités du spectre visible pour l'ordre 5?
5. Calculer les différentes longueurs d'ondes telles que le maximum de réflexion corresponde aux ordres 4 et 6. Commenter.

●●○  
30 min.

### EXERCICE C Interféromètre de Fabry-Pérot (d'après oral Centrale)

Soit une source  $S$  monochromatique de longueur d'onde  $\lambda_0$  et d'intensité  $I_0$ . La lumière émise frappe en incidence normale deux lames de verre d'indice  $n$  distantes de  $e$ . On note  $r$  et  $t$  les coefficients de réflexion et de transmission en amplitude.  $R = r^2$  et  $T = t^2$  sont les coefficients de réflexion et de transmission en énergie qui vérifient  $R + T = 1$ . Un détecteur est placé en sortie du dispositif dans le plan focal image d'une lentille convergente afin de mesurer l'intensité de l'onde émergente.

1. Expliquer pourquoi on peut ne pas prendre en compte la traversée de la lame dans l'expression de la différence de phase entre deux ondes émergentes.
2. Exprimer la différence de marche entre les ondes (1) et (0). En déduire la différence de phase  $\varphi$  entre deux ondes successivement transmises par le dispositif, en fonction de  $e$  et  $\lambda_0$ .
3. On note  $s_0 = t^2 \sqrt{I_0} e^{j\omega t}$  l'amplitude instantanée complexe de l'onde (0) (voir figure 2.29) qui est transmise par les deux lames sans réflexion interne. Exprimer l'amplitude  $s_k$  de l'onde ( $k$ ). En déduire l'amplitude  $\underline{s}(D, t)$  de l'onde résultante au niveau du détecteur  $D$ .



**Figure 2.29.** Interféromètre de Fabry-Pérot. Le rayon incident est légèrement incliné pour une meilleure lisibilité.

4. Calculer l'intensité lumineuse et la mettre sous la forme :

$$I(D) = \frac{I_0}{1 + m \sin^2(\varphi/2)},$$

où  $m$  est une constante dont on déterminera l'expression en fonction de  $R$ .

5. Donner les valeurs de la différence de phase  $\varphi$  conduisant à des maxima d'éclairement. Déterminer l'expression de l'intensité maximale transmise par le dispositif.
6. Donner les valeurs de la différence de phase  $\varphi$  conduisant à des minima d'éclairement. Déterminer l'expression de l'intensité minimale transmise par le dispositif.
7. Dédire des questions précédentes l'expression du contraste en fonction de  $m$ . Comment varie  $m$  avec  $R$ ? Calculer  $m$  ainsi que le contraste pour  $R = 0,50$ ,  $R = 0,80$  et  $R = 0,90$ .
8. Montrer que ce dispositif est transparent pour certaines valeurs de  $\lambda_0$  qu'on explicitera en fonction de  $e$ . Que devient l'onde si la longueur d'onde est différente des longueurs d'ondes déterminées précédemment?

À partir de ce dispositif, on souhaite réaliser un filtre centré sur la raie verte du mercure à  $\lambda_m = 546$  nm. On dispose pour cela de lames avec un coefficient de réflexion en énergie  $R = r^2 = 0,9$ . On impose, de plus, que la bande passante  $\Delta\lambda$  du filtre définie comme la largeur spectrale pour laquelle sa transmission est supérieure à 50 % soit de  $\Delta\lambda \approx 10$  nm.

9. À l'aide d'une représentation graphique avec Python, déterminer la distance  $e$  entre les lames permettant de réaliser ce filtre.
10. Quel est l'avantage de ce type de filtre par rapport à un verre coloré classique, contenant un colorant absorbant, pour les applications nécessitant des sources de forte puissance?

## Sujets de concours

●●○  
30 min.

### Sujet I Mesure d'épaisseur par interférométrie (d'après écrit Banque PT)

#### Partie A - Système interférentiel à deux fentes

On considère d'abord un système de deux fentes  $F_1$  et  $F_2$  très fines perpendiculaires au plan de la figure 2.30. Elles sont distantes de  $2a$  et de grande longueur. L'ensemble est éclairé par une source  $S$  ponctuelle et monochromatique de longueur d'onde  $\lambda_0$  placée au foyer objet d'une lentille convergente. L'observation de la figure d'interférences se fait sur un écran placé dans le plan focal image d'une lentille convergente de distance focale image  $f'$ .

On s'intéresse aux ondes reçues au point M d'ordonnée z sur l'écran et on suppose z et a très petits devant  $f' : z, a \ll f'$ .

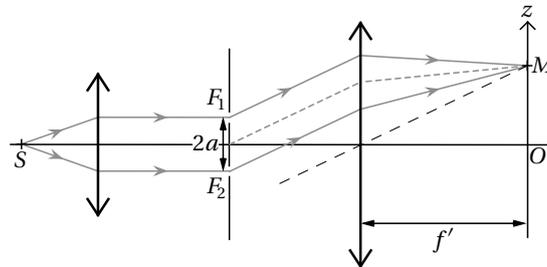


Figure 2.30. Interféromètre à deux fentes d'Young.

On adopte le modèle scalaire de la lumière et on note  $s_0$  l'amplitude associée au rayon fictif (en pointillés sur la figure) provenant du milieu des deux fentes. Les amplitudes complexes des deux rayons issus de  $F_1$  et  $F_2$  et déphasés d'un angle  $2\varphi$  sont alors :  $\underline{s}_1 = s_0 e^{+j\varphi}$  et  $\underline{s}_2 = s_0 e^{-j\varphi}$ .

On note  $\mathcal{E}_0 = \underline{s}_1 \underline{s}_1^* = \underline{s}_2 \underline{s}_2^* = s_0^2$  l'éclairement (ou intensité lumineuse) émis par chacune des deux fentes.  $s_0$  est une constante liée à l'intensité de la source. On suppose que l'indice optique de l'air est  $n_{\text{air}} = 1$ .

1. Après avoir cité le théorème utile, exprimer  $\varphi$  en fonction de  $a, f', \lambda_0$  et  $z$ .
2. Exprimer l'éclairement  $\mathcal{E}$  résultant de l'interférence des deux ondes en fonction de  $\mathcal{E}_0$  et  $\varphi$ . Tracer l'allure de  $\mathcal{E}$  en fonction de  $\varphi$ .

### Partie B - Système interférentiel à trois fentes

On ajoute une troisième fente  $F_0$  au milieu des deux autres et identique à celles-ci.

1. Montrer que le nouvel éclairement peut se mettre sous la forme :  $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 (1 + 2 \cos(\varphi))^2$ .

On rappelle la formule de trigonométrie :  $\cos(2\varphi) = 2 \cos^2(\varphi) - 1$ .

2. Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant :

$\varphi$ en rad	0	$2\pi/3$	$\pi$	$4\pi/3$	$2\pi$
$\mathcal{E}/\mathcal{E}_0$					

3. Tracer l'allure de  $\mathcal{E}/\mathcal{E}_0$  en fonction de  $\varphi$ .
4. À partir du montage à trois fentes, on ajoute devant la fente centrale  $F_0$  et parallèlement au plan des fentes, une lame de verre à faces parallèles d'épaisseur  $e$  et d'indice  $n = 1,5$ .  $e$  étant très faible, on considérera que le rayon lumineux qui traverse la lame, parcourt une distance  $e$  dans le verre sans être dévié. La deuxième lentille est positionnée de telle sorte que le plan des fentes corresponde au plan focal objet de la lentille.
  - (a) Montrer que si l'épaisseur de la lame est telle qu'elle introduit un retard de phase de  $\pi/2$  pour le rayon central, on retrouve une alternance régulière de franges brillantes et franges sombres (pas nécessairement noires) contrairement à la question précédente.
  - (b) Si on veut contrôler par cette méthode que la lame a bien l'épaisseur souhaitée de  $e = 0,3 \mu\text{m}$ , quelle valeur faut-il choisir pour  $\lambda_0$ ?
  - (c) Si on veut mesurer l'épaisseur  $e$ , on peut déplacer l'écran d'une distance  $x = \overline{OO'}$ , de façon à retrouver la même figure d'interférences que celle qu'on avait en l'absence de lame. Le point  $O'$  de la figure 2.31 est tel que les trois rayons issus des trois fentes sont à nouveau en phase (comme en  $O$  sans la lame).

Exprimer  $x$  en fonction de  $n, e$  et de l'angle  $\alpha \approx a/f'$ .

On donne  $a = 0,1 \text{ mm}$ ,  $f' = 10 \text{ cm}$  et  $n = 1,5$  et on mesure à l'aide d'un microscope viseur  $x = -1 \text{ cm}$ . Sachant qu'à l'ordre 2 en  $\alpha$  :  $\cos(\alpha) = 1 - \alpha^2/2$ , en déduire l'ordre de grandeur de l'épaisseur  $e$ .

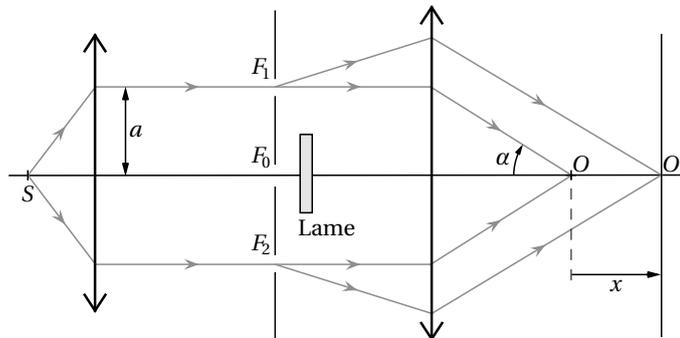


Figure 2.31. Interféromètre à trois fentes d'Young.

●●○  
20 min.

**Sujet II**

**Observation des disques protoplanétaires (d'après écrit Centrale-Supélec TSI)**

Depuis 1995, des milliers d'exoplanètes ont été découvertes et l'étude des mécanismes de formation d'une ou de plusieurs planètes autour d'une étoile est devenue une partie extrêmement prolifique de l'astrophysique. Le scénario actuellement retenu met en jeu un disque protoplanétaire, une couche fine de poussières en rotation autour de l'étoile naissante. À l'intérieur de ce disque, des phénomènes de sédimentation, d'agrégation, d'accrétion et de collision aboutissent à la formation d'un système planétaire en orbite autour de son étoile.

L'observation des disques protoplanétaires est grandement compliquée par la très grande différence de luminosité entre l'étoile centrale et le disque. Cependant, en utilisant plusieurs télescopes du VLT (Very Large Telescope), la méthode de l'interférométrie annulante permet de pallier cette difficulté.

**Formulaire**

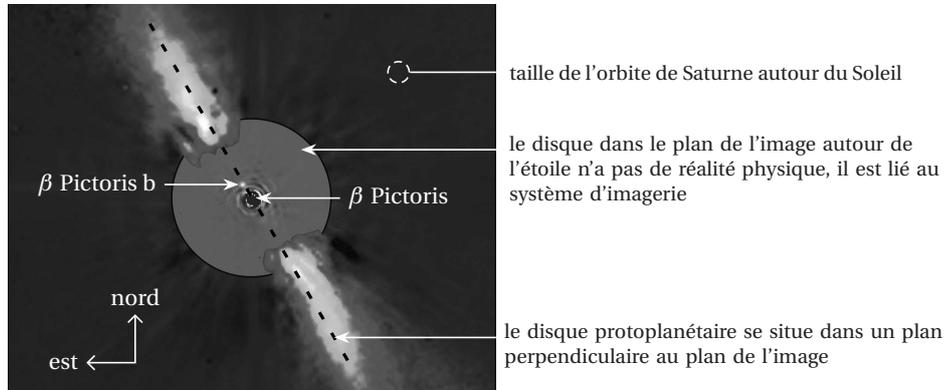
Unité astronomique :  $1 \text{ UA} = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$

Année-lumière :  $1 \text{ AL} = 9,5 \cdot 10^{15} \text{ m}$

**Partie A - Caractéristique du disque observé**

1. L'image d'un point situé à l'infini, rayonnant à une longueur d'onde  $\lambda_0 = 10 \mu\text{m}$ , par un des télescopes du VLT est une tache de diffraction de taille  $t = 130 \mu\text{m}$ . On admet ici que l'on peut modéliser ce télescope par un diaphragme circulaire de diamètre  $D = 8,2 \text{ m}$  suivi d'une lentille convergente équivalente au télescope de distance focale  $f'_{\text{eq}}$ .
  - (a) Estimer la valeur de l'angle d'évasement  $\varepsilon$  du faisceau lumineux après la traversée du diaphragme circulaire de diamètre  $D = 8,2 \text{ m}$ .
  - (b) Préciser la position de l'image géométrique d'une étoile située sur l'axe optique du télescope.
  - (c) Déterminer l'ordre de grandeur de la distance focale équivalente  $f'_{\text{eq}}$  du VLT.
2. Soit un disque protoplanétaire tel que celui de l'étoile  $\beta$  Pictoris, imagé par le VLT. Cette étoile est située à 63,4 années-lumière du système solaire et est 1,75 fois plus massive que le Soleil. En 2008, les astrophysiciens ont annoncé avoir détecté une planète, baptisée  $\beta$  Pictoris b, dont l'orbite autour de cette étoile a un rayon égal à 8 à 9 unités astronomiques et dont la période orbitale est de 17 à 21 ans. Cette planète est visible sur l'image de la figure 2.32 où la ligne en pointillés est la trace de l'intersection du plan moyen du disque avec le plan de l'image. Par ailleurs, cette figure indique la taille de l'orbite de Saturne autour du Soleil afin d'illustrer les ordres de grandeur des distances.

EXERCICES



**Figure 2.32.**  $\beta$  Pictoris et son disque vu par la tranche, imagés par le VLT.

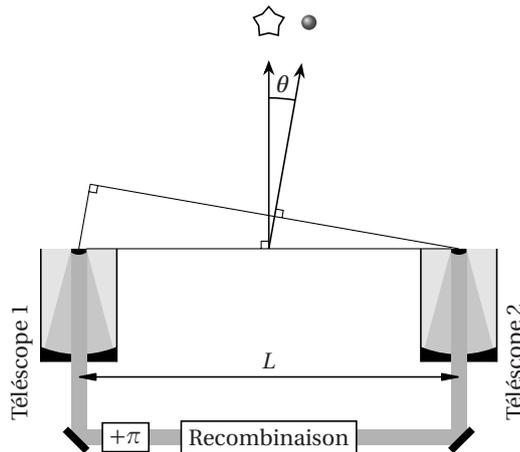
À l'aide de l'image et des données précédentes, déterminer le diamètre typique du disque protoplanétaire autour de  $\beta$  Pictoris, puis en déduire la taille angulaire  $\theta_D$  sous laquelle le disque est vu depuis la Terre. Déterminer également la distance angulaire  $\theta_p$  séparant l'étoile et la planète vues depuis la Terre. Commenter sachant que la résolution du VLT est de l'ordre de quelques millisecondes d'arc.

### Partie B - Principe de l'interférométrie annulante

Le physicien français Antoine Labeyrie est parvenu, dans les années 1970, à mettre en place le premier couple de télescopes interférométriques. L'australien Ronald Bracewell a ensuite repris ce concept et a proposé d'utiliser l'interférométrie pour éteindre artificiellement des sources intenses au voisinage de sources peu intenses. Cette technique d'interférométrie annulante est utilisée pour l'observation des disques protoplanétaires.

#### 1. Principe de l'extinction de l'image de l'étoile

On modélise le couple de télescopes  $T_1$  et  $T_2$  par deux trous d'Young  $T_1$  et  $T_2$  de même rayon, séparés d'une distance  $L$ , éclairant un écran situé dans le plan focal image d'une lentille convergente de distance focale  $f'_{eq}$ , dont l'axe optique est perpendiculaire au plan des deux ouvertures situées en avant de la lentille et passe par le milieu du segment  $[T_1 T_2]$ .



**Figure 2.33.** Principe d'un réseau à deux télescopes.

On pointe le dispositif d'observation vers l'étoile  $\beta$  Pictoris, située au centre du disque protoplanétaire étudié. Cet objet céleste est considéré à l'infini sur l'axe optique de la lentille équivalente au télescope. On s'intéresse dans un premier temps au rayonnement issu de l'étoile centrale.

- Faire un schéma du dispositif modèle en y reportant les grandeurs pertinentes. Tracer les rayons lumineux pertinents issus de l'étoile centrale et interférant en un point  $M$  du plan focal image de la lentille équivalente.
- On notera  $x$  l'abscisse de  $M$  repérée par rapport au foyer principal image  $F'$ , le long d'un axe parallèle à  $[T_1 T_2]$ . On place en entrée du système un filtre qui sélectionne uniquement le rayonnement associé à la longueur d'onde  $\lambda_0$ . Ainsi, dans toute la suite de cette partie, on considère un rayonnement monochromatique à cette longueur d'onde. Exprimer, au niveau du point  $M$ , la différence de marche géométrique entre les rayons passant par  $T_1$  et  $T_2$ , si on fait les approximations  $f'_{\text{eq}} \gg L$  et  $f'_{\text{eq}} \gg |x|$ .
- Lors de la traversée de l'ouverture  $T_1$ , la vibration lumineuse est déphasée de  $\pi$  à l'aide d'un dispositif annexe qui n'introduit aucune différence de marche géométrique entre les deux voies de l'interféromètre. En déduire la différence de marche totale entre les deux rayons interférant en  $M$ .
- On suppose uniforme l'éclairement obtenu, au niveau de la zone utile du plan d'observation, à l'aide d'un seul des télescopes. On note  $I_{0E}$  son intensité. On suppose de plus que cette intensité est la même pour les deux télescopes. En déduire l'éclairement  $I_E(x)$ . Tracer son allure. Que constate-t-on si on place un détecteur quasi ponctuel en  $x = 0$ ? Ce résultat dépend-il de  $L$ ? Commenter.

## 2. Visibilité du disque, contrainte sur $L$

On s'intéresse maintenant uniquement au rayonnement issu d'un point  $P$  du disque (sauf à la question c.), situé à une distance angulaire  $\theta$  de l'étoile définie sur la figure 2.33. Le dispositif pointe toujours vers l'étoile  $\beta$  Pictoris. On cherche à contraindre le choix de  $L$ .

- Exprimer la différence de marche totale entre les deux rayons issus de  $P$  interférant en  $M(x)$  après être passés par  $T_1$  et  $T_2$ . Là encore, on suppose que les intensités issues des deux télescopes sont égales et que la vibration lumineuse est déphasée de  $\pi$  lors du passage par  $T_1$ . En déduire l'éclairement  $I_D(x, \theta)$  si on note  $I_{0D}$  l'intensité au niveau du plan d'observation du rayonnement issu du point  $P$  et obtenue à l'aide d'un seul des deux télescopes.
- Le point  $P$  constitue-t-il une source cohérente avec l'étoile centrale  $\beta$  Pictoris? Donner l'expression de l'éclairement total  $I(x, \theta)$  au point  $M(x)$ .
- On note  $I(\theta)$  l'éclairement total au niveau du centre du détecteur au point d'abscisse  $x = 0$  en considérant l'étoile centrale et la source située au point  $P$ . Expliciter  $I(\theta)$  et donner l'expression  $L_{\theta,k}$  des diverses valeurs de  $L$  (indiquées par l'entier  $k$ ) qui permettent de rendre cette intensité maximale. Commenter l'expression « interférométrie annulante ».

*La reconstruction de l'image entière du disque utilise le principe précédent : un système informatisé pilote l'ensemble des télescopes pour imager les différents points du disque et reconstitue ensuite l'image en couleurs composites, à l'aide de calculs de transformées de Fourier.*

# CORRIGÉS

## Corrigés des Vrai/Faux

- a) Faux. Dans une expérience d'interférométrie impliquant des trous d'Young, les franges d'interférences sont délocalisées. Le champ d'interférences correspond au volume défini par le recouvrement des faisceaux issus de la diffraction par les trous.
- b) Faux. L'interfrange correspond à la distance entre deux franges brillantes sur l'écran. Dans le cas de trous d'Young séparés d'une distance  $a$ , l'interfrange s'écrit :

$$i = \frac{\lambda_0 D}{a},$$

avec  $D$  la distance entre le plan des trous et l'écran. Au travers de cette expression, on voit que l'interfrange est divisée par deux lorsque la distance entre les trous est doublée.

c) Vrai. L'utilisation de deux fentes parallèles, appelées fentes d'Young, à la place de deux trous d'Young ne modifie pas la forme de la figure d'interférences. Seule la figure de diffraction par une ouverture est modifiée donnant lieu à une figure d'interférences plus lumineuse avec des fentes d'Young.

d) Vrai. Écarter le point source de l'axe optique revient à translater le système de franges sur l'écran. Cette translation n'affecte en rien la forme de la figure d'interférences et, en particulier, l'interfrange n'est pas modifiée.



### Conseils méthodologiques

On peut aussi voir que l'interfrange n'est pas modifiée lorsque le point source est écarté de l'axe optique en utilisant l'expression de l'ordre d'interférences  $p$ . En un point  $M$  de l'écran d'abscisse  $x$ , l'ordre d'interférences s'écrit :

$$p = \frac{ax}{\lambda_0 D} + \frac{ax_s}{\lambda_0 d},$$

avec  $D$  la distance entre le plan des trous et l'écran et  $d$  la distance entre la source et le plan des trous. Il y a une interférence constructive lorsque  $p = k$  avec  $k$  un entier ce qui correspond à une abscisse :

$$x_k = k \frac{\lambda_0 D}{a} - x_s \frac{D}{d}.$$

L'interférence constructive suivante apparaît pour  $p = k + 1$  de telle sorte que l'interfrange, définie comme la distance entre deux franges brillantes consécutives, est

$$i = x_{k+1} - x_k = \frac{\lambda_0 D}{a}.$$

Cette expression est identique au cas où la source est située sur l'axe optique.

e) Vrai. Pour un point source décalé d'une distance  $x_s$  de l'axe optique, la frange centrale sur l'écran est translatée et se situe à l'abscisse  $x_c = -x_s D/d$  avec  $D$  la distance entre le plan des trous et l'écran et  $d$  la distance entre la source et le plan des trous. Pour qu'il y ait antioïncidence entre les systèmes de franges créés par les deux sources, il faut que les systèmes de franges soient en opposition de phase ce qui arrive pour la première fois lorsque la distance entre les deux franges centrales est égale à un demi-interfrange  $i/2$ .

Le point source situé à l'abscisse  $b/2$  dans le plan de la source crée un système de frange sur l'écran dont la frange centrale est située à l'abscisse  $-bD/2d$  sur l'écran. De même, le point source situé à l'abscisse  $-b/2$  dans le plan de la source crée un système de frange sur l'écran dont la frange centrale est située à l'abscisse  $bD/2d$  sur l'écran. La condition d'antioïncidence s'écrit alors :

$$\frac{i}{2} = \frac{bD}{2d} - \left(-\frac{bD}{2d}\right) = \frac{bD}{d},$$

avec  $i = \lambda_0 D/a$  l'interfrange d'un des systèmes de frange. On en déduit qu'il y a antioïncidence des systèmes de franges si :

$$b = \frac{\lambda_0 d}{2a}.$$

f) Faux. La figure d'interférences obtenue en utilisant un réseau résulte d'une interférence à  $N$  ondes. Il a été montré dans le chapitre précédent que l'intensité d'une interférence constructive à  $N$  ondes est  $I = N^2 I_0$ . Cette intensité évolue comme le nombre de trous éclairés  $N$  au carré. En considérant que les réseaux sont éclairés par un même faisceau laser, c'est-à-dire de même diamètre, il y a trois fois plus de fentes éclairées dans le cas du réseau de 300 traits/mm que dans le cas du réseau de 100 traits/mm. Il en résulte que l'intensité de l'interférence constructive obtenue avec le réseau de 300 traits/mm est 9 fois plus grande qu'avec le réseau de 100 traits/mm.

g) Vrai. Dans le cas de  $N$  ondes cohérentes de même intensité présentant une différence de phase  $\varphi$  deux à deux, il y a par exemple annulation de l'intensité  $I$  au point de superposition pour  $\varphi = \pm \frac{2\pi}{N} [2\pi]$  correspondant à une des annulations du numérateur de l'expression de  $I : \sin(N\varphi/2)$ , pour laquelle le dénominateur est non nul.

## Corrigés des exercices d'application

### EXERCICE 1

1. > Initialement, les deux cuves sont remplies d'air. Il s'ensuit que les chemins optiques des deux ondes qui se superposent au niveau de la photodiode en  $F'_2$ , l'une passant par  $T_1$  et l'autre par  $T_2$ , sont égaux et la différence de marche est nulle  $\delta_{F'_2} = 0$ . L'interférence est donc constructive et l'intensité mesurée est  $4I_0$  correspondant à la frange centrale ( $p = 0$ ).

2. > Le vide est fait dans  $C_2$ , l'indice optique du milieu dans la cuve diminue et se rapproche de l'indice du vide  $n_0 = 1$  lors du pompage. L'indice optique du vide étant plus petit que l'indice de l'air  $n_0 < n_{\text{air}}$ , le chemin optique de l'onde passant par  $T_2$  est plus court que celui passant par  $T_1$ . Afin de retrouver la frange centrale correspondant à  $\delta = 0$ , il faut que la longueur géométrique du chemin passant par  $T_2$  soit rallongée. La frange centrale ainsi que tout le système de franges se translatent dans la direction de l'axe ( $F'_2 x$ ).

3. > L'énoncé donne le nombre  $N$  de franges ayant défilé en  $F'_2$ , ainsi que l'état de l'intensité à la fin de l'expérience. L'ordre d'interférences étant initialement nul en  $F'_2$ , l'énoncé indique donc la valeur absolue de l'ordre d'interférences en  $F'_2$  à la fin de l'expérience. 92 franges brillantes ayant défilées en  $F'_2$ , on a donc  $92 \leq |p| \leq 93$ . De plus, l'intensité mesurée en  $F'_2$  est nulle à la fin de l'expérience donc il y a interférence destructive en  $F'_2$  c'est-à-dire que  $p$  est demi-entier.

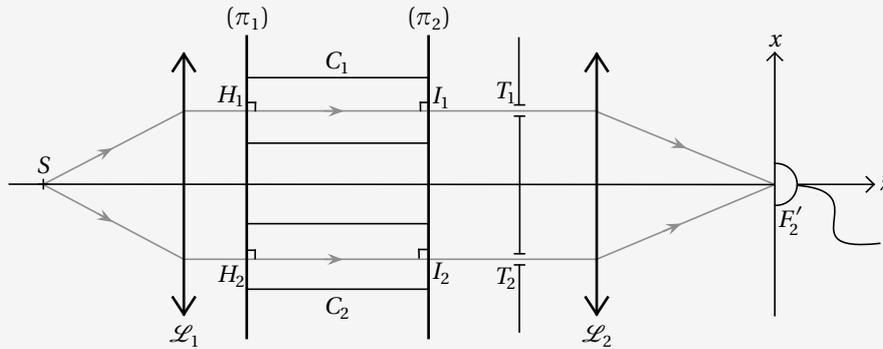
On en déduit qu'à la fin de l'expérience  $|p| = 92,5$  en  $F'_2$ .



**Conseils méthodologiques**

Lorsqu'il est sujet dans une question de l'énoncé d'un nombre de franges qui défilent entre deux états, il faut évaluer la variation d'ordre d'interférences au point considéré  $\Delta p$ . En effet, lorsqu'une frange défile,  $p$  varie d'une unité. Ainsi,  $|\Delta p|$  donne directement le nombre de franges ayant défilé en un point de l'écran.

- ▷ Afin de relier la valeur de  $p = \delta_{E'_2} / \lambda_0$  à l'indice optique, il faut exprimer la différence de marche  $\delta_{E'_2}$  en  $F'_2$ .
- ▷ La différence de marche entre les deux ondes se superposant en  $F'_2$  est  $\delta_{E'_2} = (ST_2 F'_2) - (ST_1 F'_2)$ .
- ▷ La source  $S$  étant située au point focal objet de la lentille  $\mathcal{L}_1$ , les rayons émergents de  $\mathcal{L}_1$  sont parallèles entre eux et à l'axe optique. D'après la loi de Malus, la surface d'onde  $(\pi_1)$  à l'entrée des cuves est plane. On a alors  $(SH_1) = (SH_2)$ .
- ▷ En sortie des cuves, les rayons sont toujours parallèles à l'axe optique, la loi de Malus permet de tracer la surface d'onde plane  $(\pi_2)$ . Par retour inverse de la lumière, en considérant  $F'_2$  comme un point source fictif, on a  $(F'_2 I_2) = (F'_2 I_1)$ .



**Figure 2.34.** Plans d'onde utilisés pour le calcul de la différence de marche introduite par la présence des cuves.

- ▷ La différence de marche se simplifie et s'écrit :

$$\delta_{E'_2} = (H_2 I_2) - (H_1 I_1) = n_2 \ell - n_1 \ell = (n_2 - n_1) \ell.$$

- ▷ On en déduit l'expression de l'ordre d'interférences en  $F'_2$  :

$$p = \frac{\delta_{E'_2}}{\lambda_0} = (n_2 - n_1) \frac{\ell}{\lambda_0}.$$

- ▷ En supposant que le compartiment 2 est vide à la fin du pompage, on a  $n_2 = n_0 = 1$ , on a alors :

$$|p| = (n_1 - 1) \frac{\ell}{\lambda_0} \quad \text{d'où} \quad n_1 = 1 + \frac{|p| \lambda_0}{\ell} = 1,000272.$$

**EXERCICE 2**

**1.** ▷ Lorsqu'un des trous est bouché, il se superpose en un point de l'écran une onde provenant de l'étoile  $E_1$  et une onde provenant de l'étoile  $E_2$ . Ces sources étant distinctes, elles sont incohérentes. Il n'y a donc pas d'interférences sur l'écran. L'intensité  $y$  est uniforme de valeur  $2I_0$  correspondant à la somme des intensités des deux étoiles.

2. ▸ Dans le cas où seule l'étoile  $E_2$  éclaire le dispositif, les deux ondes qui se superposent en un point  $M$  de l'écran sont cohérentes car elles sont issues de la même source ponctuelle monochromatique. L'intensité sur l'écran est alors donnée par la formule de Fresnel :

$$I_2(M) = 2I_0 \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta_{2,M} \right) \right),$$

avec  $\delta_{2,M} = (E_2 T_2 M) - (E_2 T_1 M)$  la différence de marche entre l'onde issue de  $E_2$  passant par  $T_2$  et l'onde issue de  $E_2$  passant par  $T_1$ .

▸ L'étoile  $E_2$  étant située à l'infini, les rayons arrivant sur le dispositif sont parallèles entre eux. La loi de Malus indique que les surfaces d'ondes sont planes. La surface d'onde passant par  $T_2$  coupe le rayon (1) en  $H$ . La définition de la surface d'onde donne  $(E_2 H) = (E_2 T_2)$ .

▸ Par retour inverse de la lumière, le point  $M$  est considéré comme un point source ponctuel fictif. Ce point étant situé dans le plan focal image de la lentille  $\mathcal{L}$ , les rayons issus de  $M$  sortant de la lentille sont parallèles entre eux. D'après la loi de Malus, les surfaces d'ondes sont planes entre le plan des trous et la lentille. On peut tracer la surface d'onde passant par  $T_1$  et coupant le rayon (2) au point  $I$ . Par définition d'une surface d'onde on a  $(T_1 M) = (I M)$ .

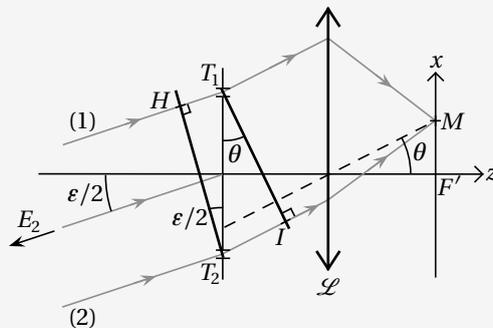


Figure 2.35. Calcul de la différence de marche  $\delta_{2,M} = (E_2 T_2 M) - (E_2 T_1 M)$ .



### Conseils méthodologiques

Pour calculer la différence de marche, il est conseillé de réaliser un schéma où apparaissent :

- les trajets des rayons lumineux ayant suivi les chemins (1) et (2) pour arriver en  $M$  ;
- les surfaces d'ondes tracées en utilisant la loi de Malus ;
- les points particuliers où les rayons lumineux intersectent les surfaces d'ondes ;
- les angles utilisés dans le calcul de la différence de marche.

Ce schéma sert à vous guider et aussi à justifier les arguments avancés dans le calcul de la différence de marche.

▸ Ces considérations permettent de simplifier l'expression de la différence de marche :

$$\delta_{2,M} = (E_2 T_2 M) - (E_2 T_1 M) = (T_2 I) - (H T_1).$$

Les ondes se propageant dans l'air d'indice  $n_{\text{air}} = 1$ , les chemins optiques se résument aux longueurs des segments soient  $(T_2 I) = T_2 I$  et  $(H T_1) = H T_1$ .

▸ Par des arguments de géométrie, on a :

$$T_2 I = a \sin(\theta) \quad \text{et} \quad H T_1 = a \sin(\epsilon/2),$$

et  $\tan(\theta) = x/f'$ . Dans l'approximation des petits angles, l'expression de la différence de marche s'écrit :

$$\delta_{2,M} = \frac{ax}{f'} - \frac{a\varepsilon}{2}.$$

▷ L'intensité sur l'écran est donc :

$$I_2(M) = 2I_0 \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi ax}{\lambda_0 f'} - \frac{\pi a\varepsilon}{\lambda_0} \right) \right).$$

▷ L'ordre d'interférences est  $p = \frac{\delta_{2,M}}{\lambda_0} = \frac{ax}{\lambda_0 f'} - \frac{a\varepsilon}{2\lambda_0}$ . Une frange d'interférences correspond à une valeur de  $p$  fixée, c'est-à-dire à une valeur de  $x$  fixée. Il s'ensuit que la figure d'interférences est composée de franges rectilignes de direction perpendiculaire à l'axe ( $F'x$ ).

▷ L'interfrange est la distance entre deux franges brillantes adjacentes sur l'écran. Les franges brillantes correspondent à des valeurs de  $p$  entières, elles sont donc situées à des abscisses  $x_k$  telles que :

$$x_k = k \frac{\lambda_0 f'}{a} + \frac{f'\varepsilon}{2} \quad \text{avec } k \text{ un entier.}$$

La distance entre deux franges brillantes est donc :

$$i = x_{k+1} - x_k = \frac{\lambda_0 f'}{a} = 5 \text{ mm.}$$

**3.** ▷ Les deux étoiles sont des sources indépendantes, les ondes émises par ces sources sont donc incohérentes. L'intensité sur l'écran est la somme des intensités des sources prises individuellement :

$$I(M) = I_1(M) + I_2(M).$$

▷ La direction des rayons provenant de  $E_1$  est le symétrique par rapport à l'axe optique de ceux provenant de  $E_2$ . Ainsi, l'intensité  $I_1(M)$  s'obtient à partir de l'expression de  $I_2(M)$  déterminée précédemment en changeant  $\varepsilon \rightarrow -\varepsilon$  :

$$I_1(M) = 2I_0 \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi ax}{\lambda_0 f'} + \frac{\pi a\varepsilon}{\lambda_0} \right) \right) \quad \text{et} \quad I_2(M) = 2I_0 \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi ax}{\lambda_0 f'} - \frac{\pi a\varepsilon}{\lambda_0} \right) \right).$$

▷ L'intensité sur l'écran s'écrit donc :

$$\begin{aligned} I(M) &= I_1(M) + I_2(M) \\ &= 4I_0 + 2I_0 \left( \cos \left( \frac{2\pi ax}{\lambda_0 f'} + \frac{\pi a\varepsilon}{\lambda_0} \right) + \cos \left( \frac{2\pi ax}{\lambda_0 f'} - \frac{\pi a\varepsilon}{\lambda_0} \right) \right) \\ I(M) &= 4I_0 \left( 1 + \cos \left( \frac{\pi a\varepsilon}{\lambda_0} \right) \cos \left( \frac{2\pi ax}{\lambda_0 f'} \right) \right). \end{aligned}$$

▷ En supposant que  $\cos \left( \frac{\pi a\varepsilon}{\lambda_0} \right) > 0$ , les franges brillantes correspondent au cas où  $\cos \left( \frac{2\pi ax}{\lambda_0 f'} \right) = 1$ . Les positions des franges brillantes sont donc repérées sur l'écran par leurs abscisses  $x_k$  données par :

$$x_k = k \frac{\lambda_0 f'}{a} \quad \text{avec } k \text{ un entier.}$$

L'interfrange est  $i = x_{k+1} - x_k = \frac{\lambda_0 f'}{a}$  et n'est pas modifiée par rapport au cas où une unique source éclaire le dispositif.

**4.** ▷ La valeur maximale de l'intensité est atteinte lorsque les deux termes en cosinus sont de même signe et  $\left| \cos \left( \frac{2\pi ax}{\lambda_0 f'} \right) \right| = 1$ , on a alors  $I_{\max} = 4I_0 \left( 1 + \left| \cos \left( \frac{\pi a\varepsilon}{\lambda_0} \right) \right| \right)$ . L'intensité minimale est obtenue lorsque

les deux cosinus sont de signes opposés et  $\left| \cos\left(\frac{2\pi a x}{\lambda_0 f'}\right) \right| = 1$ , on a alors  $I_{\min} = 4I_0 \left(1 - \left| \cos\left(\frac{\pi a \varepsilon}{\lambda_0}\right) \right| \right)$ .  
Le contraste de la figure d'interférences est donc :

$$C = \left| \cos\left(\frac{\pi a \varepsilon}{\lambda_0}\right) \right|.$$

► On observe un brouillage lorsque le contraste s'annule, ce qui correspond à des valeurs de  $a$  données par :

$$\frac{\pi a \varepsilon}{\lambda_0} = (2k + 1)\frac{\pi}{2} \quad \text{soit} \quad a_k = \left(k + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda_0}{\varepsilon} \quad \text{avec } k \text{ un entier.}$$

► On augmente  $a$  à partir d'une valeur faible correspondant à un bon contraste jusqu'à observer un premier brouillage des interférences pour une distance  $a_0$  entre les trous. On en déduit alors l'écart angulaire en prenant  $k = 0$  dans la relation précédente, soit :

$$\varepsilon = \frac{\lambda_0}{2a_0}.$$

5. ► L'application numérique donne  $a_0 = 25 \text{ cm}$  et  $i = \lambda_0 f' / a_0 = 2,0 \mu\text{m}$ . Au moment d'observer le brouillage, l'interfrange est si petite que les franges ne peuvent pas être observées à l'œil nu. L'expérience n'est donc pas réalisable.

### EXERCICE 3

1. ► Dans le cas du réseau en transmission de pas  $a$  (voir figure 2.36(a)) éclairé sous incidence  $i_0$  par une source monochromatique de longueur d'onde  $\lambda_0$ , il a été montré dans le cours que les directions, pour lesquelles l'intensité diffractée est non nulle, sont repérées par les angles  $i$  donnés par la formule des réseaux en transmission :

$$\sin(i) - \sin(i_0) = p_t \frac{\lambda_0}{a} \quad \text{avec } p_t \in \mathbb{Z}$$

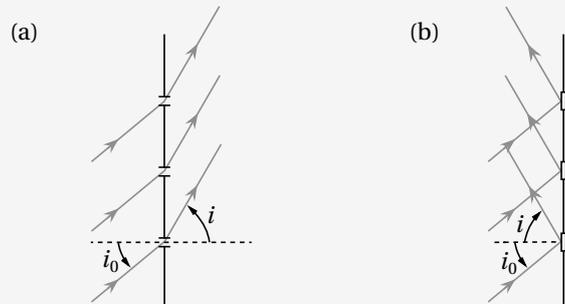


Figure 2.36. (a) Réseau en transmission. (b) Réseau en réflexion.

► Dans un réseau en réflexion (voir figure 2.36(b)), les ouvertures du réseau en transmission sont remplacées par des miroirs. On suppose que le faisceau incident arrive avec un angle  $i_0$  par rapport à la normale aux miroirs. Ce faisceau est diffracté en sortie sous forme d'un faisceau de grande ouverture angulaire par la faible taille des miroirs (de manière similaire à une fente du réseau en transmission qui diffracte le faisceau incident). Il y a alors interférences à l'infini entre les différentes ondes portées par des rayons lumineux du faisceau sortant faisant un même angle  $i$ .

► Le réseau en réflexion est directement analogue au réseau en transmission étudié en cours. On passe de l'un à l'autre en réalisant simplement le changement  $i \rightarrow -i$ . On en déduit que pour un réseau en

réflexion, les directions suivant lesquelles l'intensité est non-nulle sont repérées par l'angle  $i$  donné par la relation :

$$\sin(i) + \sin(i_0) = -p_t \frac{\lambda_0}{a} \quad \text{avec } p_t \in \mathbb{Z},$$

ou encore en posant  $p = -p_t$  :

$$\sin(i) + \sin(i_0) = p \frac{\lambda_0}{a} \quad \text{avec } p \in \mathbb{Z}.$$



### Conseils méthodologiques

On peut, bien sûr, démontrer la formule des réseaux pour le réseau en réflexion en suivant la méthode du cours, c'est-à-dire en utilisant la loi de Malus et les surfaces d'ondes. Cette méthode est suivie dans l'exercice B. Il est cependant plus rapide de procéder par analogie avec le réseau en transmission pour retrouver la relation si la démonstration n'est pas explicitement demandée.

2. > On observe plusieurs ordres de diffraction sur l'écran. En tenant compte du sens de comptage positif des angles, l'angle d'incidence est  $i_0 = -45^\circ$ . Il s'ensuit que les directions  $i$  des ordres de diffraction vérifient la relation :

$$\sin(i) + \sin(i_0) = \sin(i) - \frac{\sqrt{2}}{2} = p \frac{\lambda_0}{a} \quad \text{avec } p \in \mathbb{Z}.$$

> On peut alors identifier les ordres représentés sur la figure de l'énoncé. L'ordre  $p = 0$  est l'ordre géométrique, il correspond à  $i_{p=0} = 45^\circ$ . L'ordre suivant correspond à un angle  $i$  plus faible que  $i_{p=0}$ , il est donc associé à la valeur  $p = -1$  (voir figure 2.37). La direction de l'ordre  $-1$  est donnée par la relation  $\sin(i_{p=-1}) = -\frac{\lambda_0}{a} + \frac{\sqrt{2}}{2}$ . On voit que l'expression de  $i_{p=-1}$  est directement reliée à  $a$ , il faut donc exprimer  $i_{p=-1}$  grâce aux données de distance afin d'en déduire  $a$ .

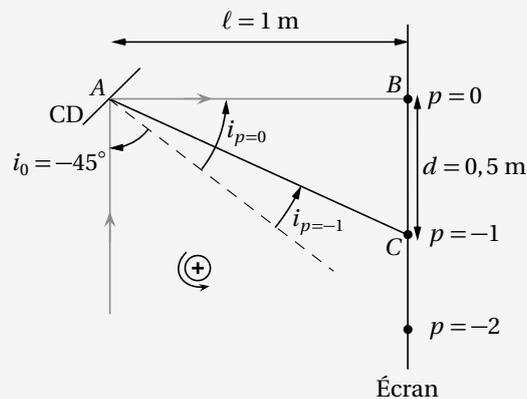


Figure 2.37. Ordres de diffraction sur l'écran.

> Dans le triangle rectangle  $ABC$ , on a  $\tan(i_{p=0} - i_{p=-1}) = d/\ell$  (voir figure 2.37). On en déduit l'expression de  $i_{p=-1}$  en fonction des données du problème :

$$i_{p=-1} = i_{p=0} - \arctan\left(\frac{d}{\ell}\right),$$

et donc l'expression de  $a$  :

$$a = -\frac{\lambda_0}{\sin\left(i_{p=0} - \arctan\left(\frac{d}{\ell}\right)\right) - \sin(i_{p=0})} = 1,6 \mu\text{m}.$$



### Attention !

Les angles mis en jeu dans cet exercice ne peuvent pas être considérés comme petits car ils avoisinent la valeur de 1 rad. Il faut donc conserver les fonctions trigonométriques sans chercher à simplifier.

3.  $\triangleright$  La surface du CD qui est gravée est  $S_{\text{CD}} = \pi(r_{\text{ext}}^2 - r_{\text{int}}^2)$  avec  $r_{\text{ext}} = 6 \text{ cm}$  et  $r_{\text{int}} = 2 \text{ cm}$  les rayons extérieur et intérieur du CD. La surface occupée par la piste de longueur  $L$  et de largeur  $a$  est  $S_p = La$ . La piste occupant toute la surface utile du CD, on a l'égalité  $S_{\text{CD}} = S_p$ . La longueur de la piste sur laquelle sont gravées les données est donc :

$$L = \pi \frac{(r_{\text{ext}}^2 - r_{\text{int}}^2)}{a} = 6,3 \text{ km}.$$

$\triangleright$  Pour lire un bit de données, il faut que la taille de la tache du faisceau laser au niveau du CD soit de l'ordre de la taille d'un bit. La taille de la tache du laser est limitée par diffraction à une taille de l'ordre de  $\lambda_0$  soit environ  $1 \mu\text{m}$ . Il s'ensuit que la taille d'un bit doit être de l'ordre de  $b \approx 1 \mu\text{m}$ .

$\triangleright$  Le nombre de bits contenu sur le CD est donc  $N = L/b$ . Un octet est composé de 8 bits, le CD a donc une capacité de stockage en octets de l'ordre de  $N_o = L/8b \approx 780 \text{ Mo}$ . Cette valeur est cohérente : la capacité de stockage d'un CD du commerce est comprise entre 700 Mo et 900 Mo.

### EXERCICE 4

1.  $\triangleright$  Pour que le montage optique soit un montage de Fraunhofer, la source  $S$  doit être positionnée au foyer objet de la lentille  $\mathcal{L}_1$  soit à une distance  $f'$  devant celle-ci et l'écran doit être positionné au foyer image de  $\mathcal{L}_2$  soit une distance  $f'$  après  $\mathcal{L}_2$ .

2.  $\triangleright$  La source  $S$  étant située sur la médiatrice des fentes, il s'ensuit que les fentes sont éclairées en incidence normale. D'après le cours, en supposant  $n_{\text{air}} = 1$ , on a  $\delta_M = \frac{ax}{f'}$ .

$\triangleright$  Les ondes qui se superposent en  $M$  sont cohérentes car issues d'une même source ponctuelle monochromatique, l'intensité sur l'écran est donnée par la formule de Fresnel :

$$I(x) = I_0 \left( 1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \delta_M\right) \right) = I_0 \left( 1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{ax}{f'}\right) \right),$$

$\triangleright$  En écrivant le terme en cosinus sous la forme  $\cos(2\pi x/i)$  avec  $i$  l'interfrange qui correspond à la période spatiale du système de frange, on en déduit que  $i = \frac{f'\lambda_0}{a}$ .

3.  $\triangleright$  Pour que la lumière émise par la bille soit une image directe de la figure d'interférence, il faut que le rayon  $R$  de la bille soit tel que  $R < i$ . Si cette condition n'est pas respectée, les franges sombres et brillantes seront moyennées dans la lumière réfléchie par la bille.

4.  $\triangleright$  Si on suppose que la vitesse  $v$  d'écoulement du fluide est uniforme, la position de la bille à l'instant  $t$  s'écrit  $x(t) = x_0 + vt$ . Le signal lumineux réfléchi par la bille est donc

$$I'(t) = K I_0 \left( 1 + \cos\left(2\pi \frac{x(t)}{i}\right) \right) = K I_0 \left( 1 + \cos\left(2\pi \frac{x_0}{i} + 2\pi \frac{vt}{i}\right) \right).$$

- Le signal délivré par le détecteur étant proportionnel à l'intensité réfléchiée par la bille, le signal périodique de période  $T = i/v$ . On en déduit l'expression de la vitesse de la bille et donc du fluide  $v = if$ .
5. ► Une proposition de corrigé est disponible dans le code ci-dessous :

Script Python en ligne

Script disponible sur notre plateforme :  
[www.lienmini.fr/212907-PYTH-2](http://www.lienmini.fr/212907-PYTH-2)



- Par méthode Monte-Carlo, on trouve  $v = (4,98 \pm 0,11) \text{ m.s}^{-1}$ .

## Corrigés des exercices d'approfondissement

### EXERCICE A

1. ► En se plaçant dans les conditions de Gauss, la position de l'image  $S'$  de  $S$  par la lentille de centre optique  $O$  s'obtient en utilisant la relation de conjugaison de Descartes :

$$\frac{1}{\overline{OS'}} - \frac{1}{\overline{OS}} = \frac{1}{f'}$$

avec  $\overline{OS} = -60 \text{ cm}$  et  $f' = 20 \text{ cm}$ .



#### Attention !

En optique géométrique, les longueurs sont orientées selon la direction de propagation de la lumière donnée par l'axe optique. On a donc  $\overline{OS} < 0$  car  $S$  est un objet réel.

On en déduit la position de l'image :

$$\overline{OS'} = \frac{\overline{OS}f'}{\overline{OS} + f'} = 30 \text{ cm.}$$

- Soit  $B$  un point objet situé dans le plan transverse à l'axe optique passant par  $S$  et  $B'$  son image par la lentille.  $B'$  est située dans le plan transverse passant par  $S'$ , on définit le grandissement  $\gamma = \overline{S'B'}/\overline{SB}$ . La relation de grandissement pour la lentille donne :

$$\gamma = \frac{\overline{OS'}}{\overline{OS}} = \frac{f'}{\overline{OS} + f'} = -0,5.$$

2. ► La construction à l'échelle 1/10 est réalisée sur la figure 2.38.
3. ► Les demi-lentilles sont décalées de l'axe optique en restant dans le même plan transverse que la lentille initiale. Il s'ensuit que les images  $S_1$  et  $S_2$  de  $S$  par chacune des demi-lentilles restent dans le plan transverse passant par  $S'$ . Afin de trouver leurs positions, il suffit de tracer les rayons qui passent par  $O_1$  et  $O_2$ , qui ne sont pas déviés au passage des lentilles, les images  $S_1$  et  $S_2$  sont alors les points d'intersection de ces rayons avec le plan transverse passant par  $S'$  (voir figure 2.39).

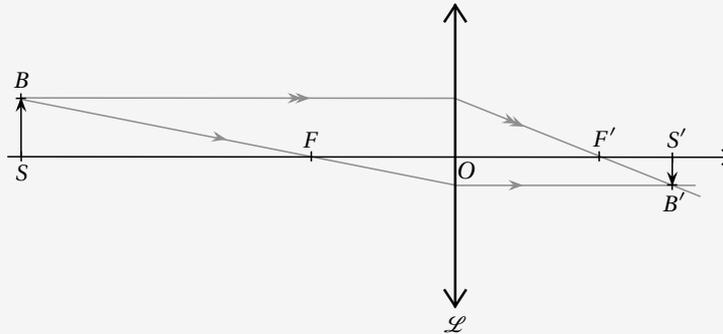


Figure 2.38. Construction géométrique de l'image  $S'$  de  $S$  par la lentille  $\mathcal{L}$ .

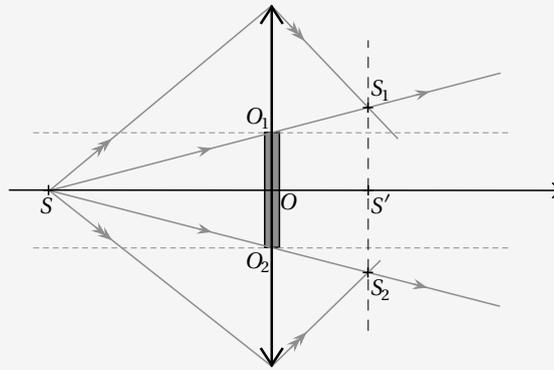


Figure 2.39. Images  $S_1$  et  $S_2$  de la source  $S$  par la biconvexe.

► L'utilisation du théorème de Thalès avec les triangles homothétiques  $SO_2O_1$  et  $SS_2S_1$  donne :

$$\frac{S_2S_1}{O_2O_1} = \frac{SS'}{SO},$$

avec  $SO = 60 \text{ cm}$ ,  $O_2O_1 = \varepsilon$  et  $SS' = SO + OS' = 90 \text{ cm}$ . On en déduit :

$$a = S_2S_1 = 3 \text{ mm}.$$

4. ►  $S_1$  et  $S_2$  se comportent comme des sources ponctuelles monochromatiques synchrones. Le schéma est donc identique au cas de deux trous d'Young,  $S_1$  et  $S_2$  distant de  $a$ . On observe donc sur l'écran des interférences sous forme d'alternance de franges rectilignes brillantes et sombres de direction perpendiculaire à l'axe liant les sources secondaires  $S_1$  et  $S_2$ .

► Le système étant équivalent à des trous d'Young, la différence de marche en un point  $M$  d'abscisse  $x$  sur un écran placé loin ( $D \gg f'$ ) du plan des sources secondaires est :

$$\delta_M = \frac{ax}{D - OS'}.$$

Les ondes se superposant en  $M$  sont cohérentes car elles sont issues de la même source ponctuelle monochromatique. L'intensité en  $M$  est donc donnée par la formule de Fresnel :

$$I(M) = 2I_0 \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta_M \right) \right),$$

avec  $I_0$  l'intensité sur l'écran quand on masque une des demi-lentilles.

5. ▸ Afin de déterminer le champ d'interférences, il faut tracer les rayons extrêmes passant par les demi-lentilles. Ces rayons passent pour l'un par le centre optique de la demi-lentille et pour l'autre par le point limite au niveau du support. Le champ d'interférences est alors la zone de l'espace où les faisceaux issus des demi-lentilles se recoupent.

▸ La construction permettant de déterminer le champ d'interférences est réalisée sur la figure 2.40.

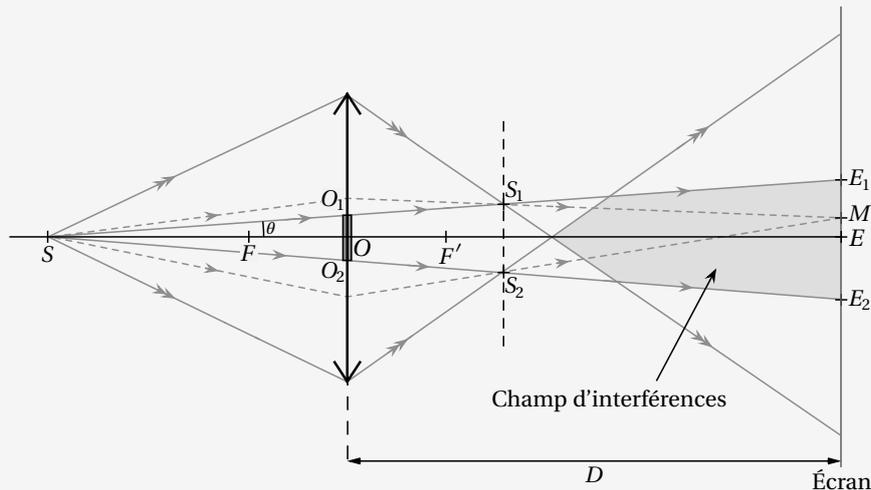


Figure 2.40. Champ d'interférences d'une biconvexe.

6. ▸ Commençons par chercher le diamètre du champ d'interférences sur l'écran. En appliquant le théorème de Thalès aux triangles homothétiques  $SO_2O_1$  et  $SE_2E_1$  où  $E_1$  et  $E_2$  sont les points limites du champ d'interférences sur l'écran, on a :

$$\frac{E_2E_1}{O_2O_1} = \frac{SE}{SO},$$

avec  $O_2O_1 = \varepsilon$ ,  $SE = SO + D = 3,60$  m et  $SO = 60$  cm. Il vient alors  $E_2E_1 = 1,2$  cm.

▸ La distance entre deux franges sur l'écran est donnée par l'interfrange qui est  $i = \lambda_0(D - \overline{OS'})/a = 0,45$  mm.

▸ On en déduit le nombre de franges visibles sur l'écran :  $\lfloor E_2E_1/i \rfloor = 26$ .

7. (a) Lorsqu'une source étendue dans la direction  $(Sx_s)$  est utilisée pour éclairer ce dispositif, il peut y avoir brouillage de la figure d'interférences. En effet, chaque point de la source étendue donne naissance à un couple de points sources secondaires  $S_1$  et  $S_2$  distants de  $a$  mais décalés par rapport à l'axe optique. Les ondes issues des différents points de la source  $S$  étendue sont incohérentes, il se superpose donc sur l'écran une infinité de systèmes de franges décalés les uns par rapport aux autres. Cette configuration peut donc mener à un brouillage de la figure d'interférences si en un point de l'écran, pour deux points sources séparés d'une demi-largeur de la source étendue, la différence d'ordres d'interférences est telle que  $|\Delta p| > 1/2$ .

(b) Lorsqu'une source étendue dans la direction  $(Sy_s)$  est utilisée, on n'observe pas de brouillage des franges. La luminosité sur l'écran est augmentée sans modification de la figure d'interférences.

### EXERCICE B

1. ▸ Considérons deux rayons voisins issus de la source  $S$  à l'infini arrivant sur les échelottes  $n$  et  $n + 1$  avec un angle  $i_0$ . Soit un point  $M$  situé à l'infini où se superposent les rayons sortant du réseau avec un

angle  $i$ . La loi de Malus et le retour inverse de la lumière permettent de tracer les surfaces d'ondes des ondes incidentes et sortantes du réseau (voir figure 2.41). On obtient ainsi les relations :

$$(SO_n) = (SP) \quad \text{et} \quad (O_{n+1}M) = (HM).$$

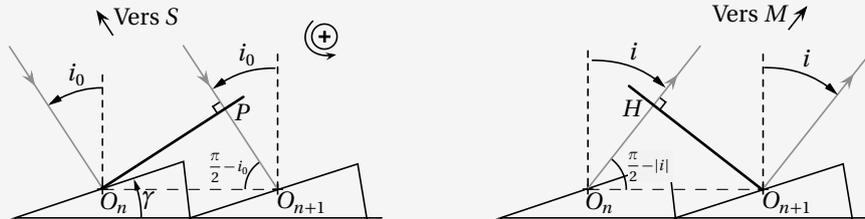


Figure 2.41. Différence de marche pour un réseau en réflexion.

► Ces relations permettent de simplifier l'expression de la différence de marche :

$$\delta_M = (SO_{n+1}M) - (SO_nM) = (PO_{n+1}) - (O_nH) = PO_{n+1} - O_nH.$$



### Conseils méthodologiques

Il faut être vigilant car, dans le cas du réseau en réflexion, les angles  $i$  et  $i_0$  sont de signes opposés.

Avec le sens de comptage des angles imposé sur la figure 2.28, on a  $i_0 > 0$  et  $i < 0$ . Par des considérations géométriques, il vient :

$$PO_{n+1} = b \sin(i_0) \quad \text{et} \quad O_nH = b \sin(-i) = -b \sin(i).$$

Finalement,

$$\delta_M = b (\sin(i_0) + \sin(i)).$$

► Il y a interférence constructive en  $M$  lorsque toutes les ondes arrivent en phase, c'est-à-dire pour  $\delta_M = p\lambda_0$  avec  $p \in \mathbb{Z}$ . On obtient alors la formule des réseaux pour les réseaux en réflexion :

$$\sin(i) + \sin(i_0) = p \frac{\lambda_0}{b} \quad \text{avec } p \in \mathbb{Z}.$$

2. ► La direction du maximum de réflexion est donnée par l'optique géométrique et la loi de la réflexion de Snell-Descartes.

### Conseils méthodologiques

Afin d'utiliser la loi de la réflexion de Snell-Descartes, il faut commencer par représenter la normale à l'interface puis faire apparaître les angles d'incidence  $i_i$  et de réflexions  $i_r$  comptés par rapport à la normale.

► En réalisant le schéma figure 2.42, on a  $i_i = i_0 - \gamma$  et  $|i_r| = |i| + \gamma$  or  $i_r$  et  $i$  sont négatifs donc  $-i_r = -i + \gamma$ . La loi de Snell-Descartes indique que le maximum de réflexion est dans la direction  $i_r = -i_i$ , ce qui correspond à  $i = -i_0 + 2\gamma$ .

# Physique

**L'ouvrage indispensable pour réussir et faire la différence aux concours**

## → TOUT LE COURS

Pour maîtriser **l'intégralité du programme** avec toutes les définitions, propositions et démonstrations à retenir

## → LES MÉTHODES PAS À PAS

Pour acquérir **les techniques et astuces** de résolution des exercices

## → LES COMPÉTENCES NUMÉRIQUES

Toutes **les simulations et résolutions numériques** avec Python

## → ENTRAÎNEMENT PROGRESSIF

Pour **vous préparer efficacement** et **vous tester** avec plus de 300 exercices de difficulté progressive et chronométrés : vrai/faux, application, approfondissement, exercices expérimentaux et sujets de concours

## → TOUS LES CORRIGÉS DÉTAILLÉS

Pour **comprendre** les étapes de résolution et **acquérir** les bons réflexes



## OFFERT EN LIGNE

- + Plus de **200 flashcards interactives** pour mémoriser autrement
- + **20 synthèses à télécharger** pour des révisions nomades
- + Tous les **scripts Python interactifs** pour s'entraîner à coder

**Des auteurs au cœur de l'enseignement et des attentes des élèves en CPGE**

**Dans la même collection :**



Retrouvez notre collection  
complète ici :



ISBN : 978-2-311-21290-7



9 782311 212907